

Das Magnetmoment des RHO-Mesons

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung der Doktorwürde
des Fachbereiches Physik
der Philipps-Universität Marburg/Lahn

vorgelegt von

HERIBERT PLEYER
aus Graslitz

Marburg/Lahn 1976

Druck: Mauersberger, Marburg

Das Magnetmoment des RHO-Mesons

Inaugural-Dissertation
zur Erlangung der Doktorwürde
des Fachbereiches Physik
der Philipps-Universität Marburg/Lahn



vorgelegt von

HERIBERT PLEYER

aus Graslitz

Marburg/Lahn 1976

Druck: Mauersberger, Marburg

Von dem Fachbereich Physik der Philipps-Universität
Marburg/Lahn als

Dissertation angenommen am 21. 5. 1976

Tag der mündlichen Prüfung am 10. 8. 1976

Berichterstatter: Prof. Dr. J. Petzold

Mitberichterstatter: Prof. Dr. O. Melzheimer



Das Magnetmoment des ρ^0 - Mesons

Teil 1: in Absorptionsmodellen

Teil 2: in Lagrange-Theorien und der Stromalgebra

Teil 1

Das Magnetmoment des RHO-Mesons in Absorptionsmodellen

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
Zusammenfassung	1
Einleitung	4
I. Absorptionsmodell nach Dar	8
II. Die Reaktionen:	
a.) $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$	12
b.) $\gamma p \rightarrow p \omega^0$	18
c.) $\gamma p \rightarrow \pi^+ n$ und $\gamma n \rightarrow \pi^- p$	21
d.) $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$	25
III. Die Reaktionen $\gamma n \rightarrow \rho^- p$ und $\gamma p \rightarrow \rho^- \Delta^{++}$	29
Die Reaktion $\gamma n \rightarrow \rho^- p$	29
a.) nur π -Austausch	
b.) π^- und ρ^- -Austausch	35
1. der ρ -Austausch	35
2. die elektro-magnetischen Momente $\mathcal{H}_i(+)$	38
3. der Prozeß im t-Kanal	41
4. der Einfluß von Eichkorrekturen	42
5. das relative Vorzeichen zwischen π^- - und ρ^- -Austausch	43
6. Breitenkorrektur und Energiemittelung	45
7. der Einfluß von Phasen	48
8. Resultate	50

	Seite
Die Reaktion $\gamma p \rightarrow p^- \Delta^{++}$	53
c.) π^- - und p^- -Austausch	53
1. der p^- -Austausch	55
2. das relative Vorzeichen zwischen π^- - und p^- -Austausch	56
3. die Breitenkorrektur	58
4. Resultate	59

Literaturverzeichnis	63
----------------------	----

Anhänge:

I. Differentieller Wirkungsquerschnitt einer 2-Teilchen-Reaktion	68
II. Kinematik, Wellenfunktionen und Isospinfaktoren	69
III. Vertizes und Propagatoren für Feynmandiagramme	72
IV. Kopplungskonstanten und Massen	75
V. Ableitung der Absorptionsamplitude	76

Teil 2

Das Magnetmoment des ρ -Mesons in Lagrange-Theorien und der Stromalgebra

INHALTSVERZEICHNIS

	Seite
Einleitung	80
Zusammenfassung	81
I. Vektormeson-Dominanz in der Lagrange-Formulierung nach Kroll, Lee und Zumino	85
II. Verallgemeinerte Vektormeson-Dominanz in der Lagrange-Formulierung nach M. Glück	90
III. Verallgemeinerung der Lagrange-Funktion aus Kapitel II für $m \neq \tilde{m}$	92
IV. Verallgemeinerung der Lagrange-Funktion aus Kapitel II für $q \neq \tilde{q}$	96
V. Verallgemeinerte Vektormeson-Dominanz in der Stromalgebra-Formulierung nach Shtokhamer und Singer	98
VI. Konstruktion der 3-Punkt Funktion und des $\rho\rho\pi$ -Vertex aus der effektiven Lagrange-Funktion nach [4]	102
VII. Bemerkungen zu den unterschiedlichen Aussagen über das ρ -Magnetmoment in der Stromalgebra und der Lagrange-Theorie	108
Literaturverzeichnis	118
Anhang: Zusammenhang des $\rho\rho\pi$ -Vertex mit der 3-Punkt Funktion der Stromalgebra	119

Um die Anwendbarkeit phänomenologischer Modelle in der Hochenergiephysik zu untersuchen, wird das Dar'sche Absorptionsmodell in der Photoproduktion angewendet. Dies Modell wurde an mehr als 20 rein hadronischen Reaktionen getestet.^[5] Die Rechnungen zeigen, daß dieses Modell auch gute Resultate für $\gamma N \rightarrow \pi^{\pm} N$, $\gamma N \rightarrow \pi^{\pm} \Delta$ und andere Photoproduktionsprozesse liefert.

Beim Absorptionsmodell schreibt man die Born'schen Übergangsamplituden in S-Kanal Helizitätsdarstellung und entwickelt sie nach Partialwellen. Dann absorbiert man die niedrigsten Partialwellen nach einer bestimmten Vorschrift. Dabei geht lediglich der Pionradius als ein sich schwach mit der Gesamtenergie ändernder Parameter ein.

Ohne Modifikation wird dies einfache Dar'sche Absorptionsmodell auf die Reaktionen $\gamma n \rightarrow \rho^- p$ und $\gamma p \rightarrow \rho^- \Delta^{++}$ angewendet.

Neuere Experimente haben gezeigt, daß die geladene ρ -Photoproduktion nicht einfach durch Einpionenaustausch (OPE) erklärt werden kann. Der OPE-Wirkungsquerschnitt liegt unterhalb der experimentellen Daten und kann weder den starken natürlichen Paritätsaustausch erklären wie er in Photon-Polarisationsexperimenten sich zeigt, noch die beobachteten Produktionsverhältnisse z.B.

$G(\omega \gamma \Delta^0):G(\rho \Delta^{++})$ wiedergeben. Weitere Beiträge können S - und A_2 -Austausch sein. Der A_2 -Austausch scheint jedoch vernachlässigbar zu sein, da er auch in der ρ -Photoproduktion nicht beiträgt.

Obwohl die Eichinvarianz die Mitnahme der S- und $\bar{u}$ -Kanal Terme sowie eines Kontaktterms erfordert, konnten diese in den Rechnungen vernachlässigt werden, da sie hauptsächlich zu den S- und p-Wellen beitragen. S- und p-Wellen werden aber schon bei $E_{\gamma} = 1.4 \text{ GeV}$ stark absorbiert. Daher werden nur die reinen t-Kanal Feynmangraphen für π - und ρ -Austausch berücksichtigt. Ein wichtiger Punkt der Rechnung ist das relative Vorzeichen zwischen

π^- - und ρ^- -Austausch, da diese nach der Absorption interferieren. Das Vorzeichen vom $\rho^-\pi^0$ -Vertex ist dabei richtig zu wählen. Für das Verhältnis π^-/π^+ in der geladenen Photoproduktion wird daher unter Berücksichtigung des π^- - und ρ^- -Austausches das Vorzeichen des $\rho^-\pi^0$ -Vertex so gewählt, daß es das experimentelle Verhältnis reproduziert.

Nach der Absorption wird der Wirkungsquerschnitt wegen der endlichen ρ^- -Breite (bzw. Δ^- -Breite) noch korrigiert. Schließlich muß für den differentiellen Wirkungsquerschnitt der ρ^-N -Produktion noch eine Energiemittelung vorgenommen werden, da die gemessenen Ereignisse im Photon-Energiebereich $1.4 \text{ GeV} < E_\gamma < 2.5 \text{ GeV}$ lagen.

Der Wirkungsquerschnitt hängt kritisch vom Magnet- und Quadrupolmoment des ρ^- -Mesons ab. Gute Übereinstimmung mit den Daten ergibt für das ρ^- -Meson ein Quadrupolmoment von Null und Magnetmoment von $\sim 2 \rho^-$ -Magnetonon (Einheiten von $e\hbar/2m_\rho$).

Verglichen wurden dabei die Magnetmomente aus folgenden Theorien:

Vektormesondominanz (VDM) und ihre verallgemeinerte Version,

$\tilde{U}(12)$ -Theorie,

Bound - State Modelle,

Quarkmodell.

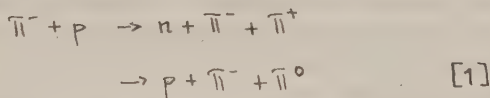
Die Fits zeigen eine Bevorzugung der VDM - Theorie.

Teil 1

Das Magnetmoment des ρ -Mesons in Absorptionsmodellen.

Einleitung

Das Charakteristische in Hadron-Experimenten ist das Auftreten starker Wechselwirkungen in einigen Kanälen als Resonanzen bei bestimmten Energien. Diese Resonanzen sind als "peaks" im totalen Wirkungsquerschnitt (W.Q.) z.B. der πN Streuung zu sehen, oder als Abweichung von erwarteten Verteilungen der Phasenraum-Diagramme bei drei und mehr Endzuständen. Es zeigt sich, daß Resonanzen in Zuständen auftreten für die alle Quantenzahlen der starken Wechselwirkung gute Quantenzahlen sind. Daher betrachtet man Resonanzen als Teilchen, deren Masse groß genug ist, um in andere Hadronen zerfallen zu können. Die hadronischen Lebensdauern sind recht kurz, etwa $10^{-22} - 10^{-23}$ sec ($\hat{=}$ Resonanzbreiten von 10-100 MeV). Der erste klare Hinweis der Existenz der ρ -Resonanz kam durch Untersuchungen der Reaktionen



Das $\rho(770)$ -Meson ist dabei eine p-Welle mit Isospin $I = 1$ des $\pi\pi$ -Resonanz-Systems. Die Existenz des ρ -Mesons wurde in den theoretischen Formfaktoruntersuchungen des Nukleons durch Frazer/Fulco [2] vorhergesagt (Überblick in Ref. [3]).

Nun zeigt es sich, daß γ -induzierte Reaktionen ähnlich den Hadron-induzierten sind. Das γ (Photon) hat nur eine kleinere Kopplungskonstante, d.h. in Photoproduktionsexperimenten liegen die Amplituden mit Photonen um Faktoren von e oder e^2 niedriger als hadronische Amplituden (bis zu Faktoren von ~ 200). Da das Photon das Feldquant der elektromagnetischen Wechselwirkung ist, können die elektromagnetischen (e.m.) Eigenschaften der durch Photonen erzeugten Hadronen untersucht werden. In dieser Arbeit wird das $\rho(770)$ Meson auf seine e.m. Eigenschaften hin untersucht. Der dabei behandelte Prozeß ist vornehmlich $\gamma n \rightarrow \rho^- p$. Reaktionen an ungebundenen Neutronen gibt es zwar nicht, das Deuteron erfüllt aber

wegen der relativ kleinen Bindungsenergie die Kriterien für freie Neutronen in Hochenergieexperimenten. Bei der Reaktion $\chi_n \rightarrow \rho^- p \rightarrow \pi^- \pi^0 p$ ist wegen des Ladungsaustauschs kein Pomeron-Austausch [42] möglich. Der beobachtete W.Q. kann im Bereich $E_\gamma < 3 \text{ GeV}$ nur zu etwa 20% durch OPE (one pion exchange) erklärt werden. Vermutlich spielen bei kleineren Energien weitere t -Austauschbeiträge wie A_2^- - und ρ^- -Austausch bei der ρ^- -Erzeugung eine Rolle.

[4]

N. Levy et al. haben den Versuch unternommen, den Beitrag des ρ^- -Austauschs in einem einfachen Born-Modell zu bestimmen. Dies Modell zeigt bekanntlich eine falsche Energieabhängigkeit und kann daher auch bei den betrachteten Energien $1.4 \text{ GeV} < E_\gamma < 2.5 \text{ GeV}$ nicht zur Erklärung herangezogen werden. Überdies liegen wegen Fehlern in Ref. [4] die theoretischen Werte tatsächlich um eine Größenordnung über den Daten. Allgemein liefert der Austausch eines Teilchens mit ganzzahligem Spin J eine Amplitude (im t -Kanal)

$$\sim \frac{g^2 s^J}{t - m^2}$$

so daß Wirkungsquerschnitte (W.Q.'s) vorausgesagt werden, die mit der Energie ansteigen.

Die Regge-Hypothese [*] umgeht Schwierigkeiten dieser Art, indem sie den Teilchenaustausch zur obigen Amplitude $A(s,t)$ durch einen Regge-Pol Austausch ersetzt, dessen Anteil zur Amplitude sich schreibt

$$A(s,t) \sim \beta(t) \frac{1 \pm \exp[-i\pi \alpha(t)]}{\sin \pi \alpha(t)} s^{\alpha(t)}$$

mit $\alpha(t)$ der Regge Trajektorie.

[*] siehe z.B. S. Gasiorowicz, Elementary Particle Physics, Wiley (1967)

Eine Alternative zur Regge-Hypothese ist das Absorptionsmodell. Die physikalische Idee dabei ist folgende: Wenn die Teilchen im Anfangs- und Endzustand Diffraktionsstreuung machen, werden die niedrigen Partialwellen der inelastischen Teilchenreaktionen abgeschwächt. Für γ -induzierte Reaktionen ist wiederum wegen der Kleinheit der Kopplungskonstanten e nur die Endzustandswechselwirkung von Bedeutung. Die Prozedur ist dabei folgende: sei T_j^{Born} die Partialwellenamplitude der Einteilchenaustauschgraphen zum Spin j , dann wird sie durch Absorption folgendermaßen modifiziert

$$T_j^{\text{Born}} \rightarrow e^{i\delta_j} T_j^{\text{Born}}$$

wo δ_j die komplexe Streuphase zum Drehimpuls j der elastischen Baryon-Meson Streuung der Teilchen im Endkanal ist. In der Potentialtheorie läßt sich diese Beziehung ableiten, (siehe Anhang V), wenn die Wellenlänge der auslaufenden Teilchen im c.m. System klein gegenüber der Reichweite der Endzustandswechselwirkung ist, die auch groß sein muß im Vergleich zur Reichweite der Austauschwechselwirkung. Durch die Absorption werden also hauptsächlich die niedrigen Partialwellen unterdrückt, die bei hohen Energien den größten Beitrag zum W.Q. liefern und dabei meist die Unitarität verletzen. Die grundlegende Idee in allen Modellen, die 2-Teilchen oder quasi 2-Teilchen⁽⁺⁾ Prozesse beschreiben, ist die, daß t-Kanal-Austausche dominieren. Daher besteht in einer konventionellen Analyse der 2-Teilchen Streuprozesse der erste Schritt darin, von allen möglichen Austauschen die dominierenden zu wählen. Das Regge-Bild benötigt neben den Polen in der Amplitude ($\hat{=}$ Einteilchen-Austauschen) noch Absorptionskorrekturen, die sogenannten Schnitte. Deshalb stellen wir uns hier auf den Standpunkt von vornherein ein einfaches Absorptionsmodell zu benutzen, das nicht mit den vielen "Freiheiten" bzgl. der Wahl der Schnitte einer Regge-Analyse behaftet ist.

(+) (ein Resonanzsystem wird als Teilchen betrachtet)

als Integral über den Stoßparameter schreiben und zwar dann, wenn hauptsächlich höhere Drehimpulse j zur Summe beitragen. In den folgenden Rechnungen genügt es, die ersten 20 Partialwellen mitzunehmen. Der durch die Berücksichtigung von nur 20 Partialwellen entstandene Fehler wurde durch Vergleich der Summe aus 20 Partialwellen mit der gesamten Bornamplitude abgeschätzt. Es zeigte sich, daß der Beitrag der höheren j 's in der Entwicklung vernachlässigt werden konnte.

Man schreibt nun die Amplitude folgendermaßen:

$$A_{[\lambda_i]}^{(b)} = \eta(b) B_{[\lambda_i]}^{(b)}$$

$$\eta(b) = 1, \quad b \gg R$$

$$\eta(b) = 0, \quad b \ll R$$

wobei $B_{[\lambda_i]}^{(b)}$ die Bornamplitude eines bestimmten Helizitätszustands $[\lambda_i]$ zum Stoßparameter b ist. Letzterer steht in folgender Beziehung zum Drehimpuls j und dem Impuls k der einlaufenden Teilchen im c.m. System

$$j + \frac{1}{2} \approx kb$$

η wird als reelle Funktion in Wood-Saxon Form angesetzt:

$$\eta = \frac{1}{1 + \exp[(R-b)/d]}$$

Dies sind auch die Ansätze früherer Absorptionsmodelle [6]. Als neue Annahme kommt hinzu, daß der Radius $R(s)$ und die Breite $d(s)$ langsam mit der Energie steigende Funktionen sind (Fig.1). Man erklärt dies damit, daß sich bei höheren Energien immer mehr Reaktionskanäle öffnen, deren Einfluß aber erst bei höheren Stoßparametern zu bemerken ist. Außerdem könnten bisher unbekannte Mesonen mit größeren Massen einen Anstieg des Radius mit der Energie rechtfertigen, da sich die asymptotische Form der Bornamplitude schreibt:

$$B_{[\lambda_i]}^{(b)} \sim s^{j-1} \frac{e^{-m_e b}}{\sqrt{m_e b}}$$

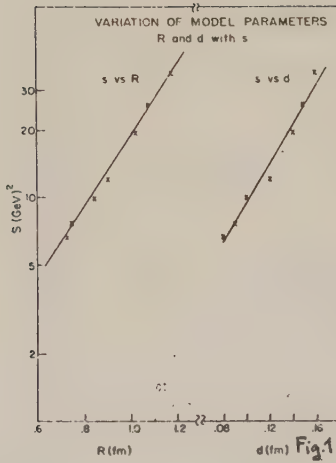


Fig.1 : Abhängigkeit der Dar-Parameter R und d vom Quadrat der Gesamtenergie im c.m.System. Die Figur ist der Ref. [5] entnommen.

(m_e : Masse des ausgetauschten Teilchens)

Weitere Größen, die in den Wirkungsquerschnitt eingehen, sind die Kopplungskonstanten zwischen den Reaktionsteilchen und den ausgetauschten Teilchen. Hierbei ist keine Willkür mehr möglich! Die Computerauswertung für die Wirkungsquerschnitte verschiedener Prozesse benötigt neben den Bornamplituden für verschiedene Teilchenaustausche die Anfangsenergien und Massen der beteiligten Teilchen, die Kopplungskonstanten der ausgewählten Feynman-Diagramme und die "Absorptionskoeffizienten" η_i .

Im folgenden werden drei Absorptionsmodelle mit verschiedenen Absorptionsprofilen η_j aufgeführt

Dar [5]

$$\eta_j = \frac{1}{1 + \exp \left[\frac{R - j / \sqrt{kk'}}{d} \right]}$$

Majerotto et al. [7]

$$\eta_j = 1 - R \exp \left[-j^2 / 2d (kk') \right]$$

Eine Überabsorption nach Worden [8] würde $R = 1,2$ und $d = 5 \text{ GeV}^{-2}$ entsprechen.

Schilling [9] 1.) $\eta_j = \left(1 - R \exp \left[-j^2 / 2d (k^2) \right] \right)^{1/2}$

2.) $\eta_j = 1 - R/2 \exp \left[-j^2 / 2d (k^2) \right]$

hier sind $R \approx 0.8$, $d = 8.5 \text{ GeV}^{-2}$

Die Einheiten sind $j^2 [\hbar^2]$, $kk' [\text{GeV}^2/c^2]$
Wegen $\hbar = c = 1$ wird $(\hbar c)^2 = 1$ im Exponenten.

Kapitel II

In diesem Kapitel werden verschiedene Photoproduktionsprozesse unter Anwendung des Dar'schen Absorptionsmodells besprochen. Durch Vergleich mit anderen Absorptionsmodellen wird die Bevorzugung des Dar-Modells aufgezeigt.

a) die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$

Approximiert wird diese Reaktion nur durch Pion-Austausch, d.h. durch folgendes Feynman-Diagramm



Der differentielle Wirkungsquerschnitt schreibt sich

$$\frac{dG}{dt} = \frac{1}{4\pi} \frac{m \cdot M}{(s-m^2)^2} \frac{1}{4} \sum_{\{\lambda\}} |T_{\{\lambda\}}|^2$$

m: Masse des Nukleons p

M: Masse des Δ -Teilchen

wobei

$$T = \frac{2eG(q \cdot \epsilon)}{t - \mu^2} \bar{u}^{(\lambda_f)}(p_f) \gamma_\mu u^{(\lambda_i)}(p_i) u(p_i, \lambda_i)$$

Insgesamt enthält der unpolarisierte W.Q. 16 Amplituden, die sich aber wegen Paritätserhaltung auf 8 reduzieren. Kinematik, Wellenfunktionen, Vertizes und Kopplungskonstanten sind in den Anhängen zusammengestellt. Fig. 2 zeigt die berechneten Wirkungsquerschnitte. In Vorwärtsrichtung ist die Bornkurve Null, während sie sonst oberhalb der Daten liegt. Bei Absorption wird der W.Q. in Vorwärtsrichtung angehoben, für Impulsüberträge ungleich von Null aber abgesenkt. Dennoch liegt die Dar-Kurve noch zu hoch, so daß sie mit den anderen Modellen [10] etwa vergleichbar ist.

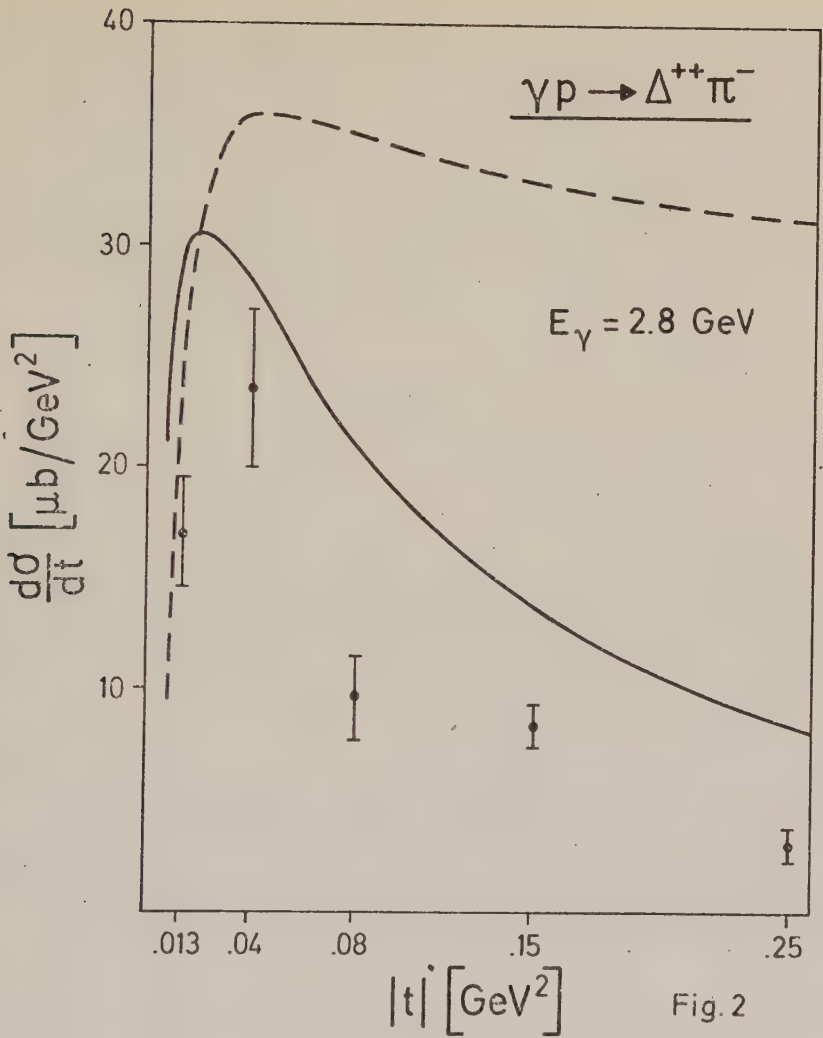


Fig. 2

Fig. 2 : Anteil des $\tilde{\pi}$ -Austauschs zum differentiellen Wirkungsquerschnitt $\frac{d\sigma}{dt}$ der Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ für die Photonenenergie $E_\gamma = 2.8 \text{ GeV}$ in Abhängigkeit vom Impulsübertragsquadrat $|t|$

Es bedeutet

(a)---- Born-W.Q.

(b)—— Dar-W.Q. (Parameter: $R=.68$, $d=.075$)

Die experimentellen Daten sind aus Ref. [38].

Nimmt man zusätzlich zum π -Austausch noch den ρ -Austausch hinzu, so wird der W.Q. dadurch nur geringfügig abgesenkt, d.h. der ρ -Austausch ist hierbei zu vernachlässigen. Eine mehr realistische Wellenfunktion für Δ hätte noch einen Breit-Wigner Faktor, welcher besonders in Vorwärtsrichtung wichtig ist. Ob reiner OPE ("one pion exchange") vorliegt, kann das Experiment nicht bestätigen, denn das würde eine Paritätsasymmetrie $P_G = -1$ bedeuten. Im Experiment aber ist

$$-0.27 \leq P_G \leq -0.53 \quad [11] \quad , \text{wobei folgende}$$

Definition für P_G gilt:

$$P_G = \frac{G^N - G^u}{G^N + G^u}$$

G^N, G^u sind die Wirkungsquerschnitte für natürlichen und unnatürlichen Paritätsaustausch im t-Kanal.

Es muß also ein einfacher OPE-Prozeß als einziger Produktions-Mechanismus ausgeschlossen werden. Andererseits ist der differentielle W.Q. proportional zu E_γ^{-2} , wie das bei vielen der 2-Teilchen Photoproduktionsprozesse der Fall ist [12]. Eine derartige Energieabhängigkeit würde man auch bei Prozessen erwarten, die über OPE ablaufen [13]. Der OPE gibt aber einen verschwindenden W.Q. in Vorwärtsrichtung. In Ref. [11] wird diese Diskrepanz mit Hilfe der eichinvarianten Erweiterung (nach Stichel/Scholz [14]) beseitigt. Man hat dabei neben s, t und $\bar{u}$ -Kanal wegen der Eichinvarianz noch einen Kontaktgraphen mitzunehmen. (x) Außerdem werden Absorptionskorrekturen im Anfangs- und Endzustand angebracht. Wie Fig. 2 zeigt, genügt es aber stattdessen nur OPE mitzunehmen und entsprechend zu absorbieren!

(x) Betrachtet man Photonenprozesse mit Hilfe der Feynman-Diagramme, so wird es notwendig, alle Diagramme einer gegebenen Ordnung mitzunehmen, um Eichinvarianz der Amplitude zu ermöglichen. Dies kommt von der Universalität der Coulomb-Kopplung des Photons an alle geladenen Teilchen.

Ein weiteres Absorptionsmodell ist das von Williams vorgeschlagene [15]. Bei der parameterfreien Williams Methode werden auftretende Kronecker-

δ -Terme für die s-Partialwelle in der s-Kanal Partialwellen-Entwicklung weggelassen. Dabei braucht man nicht die vollständige Partialwellen-Entwicklung zu kennen, sondern nur das Residuum des Pion-Pols bei $t = m_\pi^2$ ($= \mu^2$ sonst in der Notation)

Diesen Wert behält man dann für alle physikalischen t-Werte bei.

Die OPE Amplitude im s-Kanal schreibt sich

$$\langle \lambda_c \lambda_d | B | \lambda_a \lambda_b \rangle = (\sin \theta/2)^{|\lambda-\mu|} (\cos \theta/2)^{|\lambda+\mu|} \frac{p(\lambda, \mu, s, t)}{t - m_\pi^2}$$

mit $\lambda = \lambda_a - \lambda_b$
 $\mu = \lambda_c - \lambda_d$

und $p(\lambda, \mu, s, t)$ einem Polynom in t (oder $\cos \theta$), dessen Grad vom Spin der äußeren Teilchen abhängt.

Absorption der niedrigsten Partialwellen, welches dem Wegwerfen der Kronecker- δ -Terme entspricht, wird dadurch erreicht, daß man

$$p(\lambda, \mu, s, t) \quad \text{durch} \quad p(\lambda, \mu, s, m_\pi^2) \quad \text{ersetzt.}$$

Die obige Absorptionsvorschrift, die Kronecker δ 's wegzulassen, hebt zwar den W.Q. in Vorwärtsrichtung an, für größere t-Werte liegt der W.Q. aber noch erheblich über den Daten. Fig. 3 zeigt, daß die PMA (poor man's absorption) Kurve sogar, abgesehen von der Vorwärtsrichtung, noch etwas über dem Born-W.Q. (Fig. 1) liegt. Daher wird die Amplitude noch mit stark wirkenden Formfaktoren modifiziert. Williams Begründung für zusätzliche Formfaktoren ist rein phänomenologisch, wenn er sagt, diese wirken so als ob sie die Kronecker- δ -Terme "ausschmieren" würden!

Die Kurve in Fig. 3 mit der Formfaktor-Korrektur

$$F(t) = e^{A(t - \mu^2)} \quad (\mu: \text{Pionmasse})$$

beschreibt gut die Daten mit dem gefundenen Fitparameter

$$A = 4. \text{ GeV}^{-2}$$

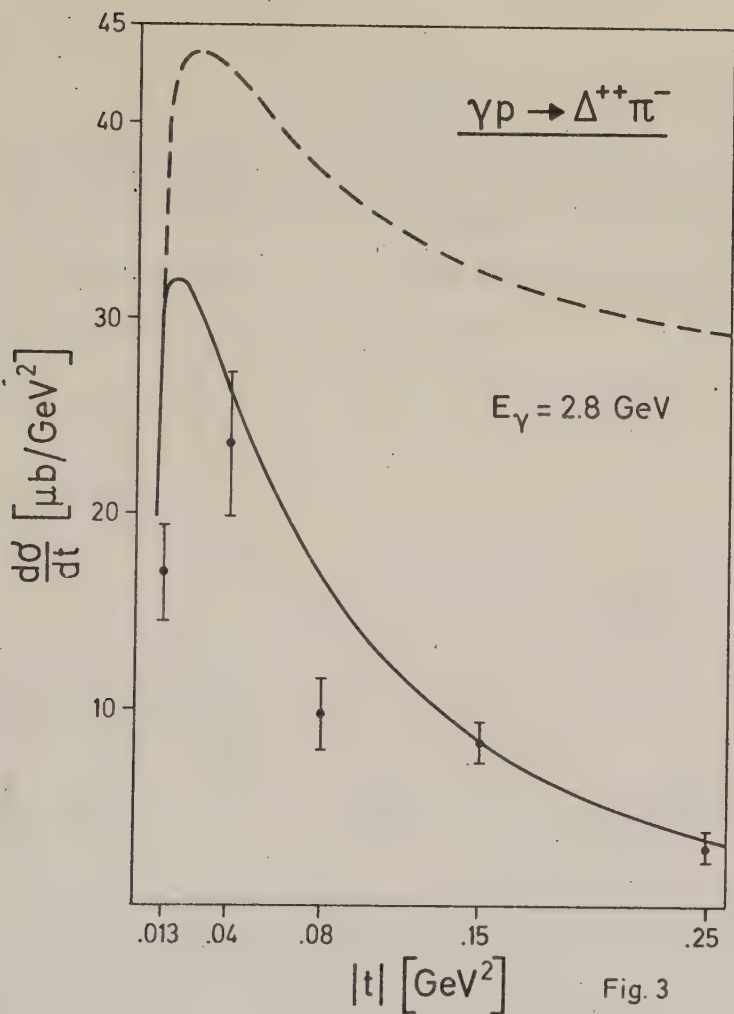


Fig. 3

Fig.3 : Gleiche Reaktion wie unter Fig.2

Es bedeutet

(a)---- PMA-W.Q. (poor man's absorption)

(b)—— PMA-W.Q. mit zusätzlichem Formfaktor

für die Amplituden $F(t) = e^{A(t-\mu^2)}$, $A=4$.

Die experimentellen Daten sind aus Ref. [38]

Einen Hinweis über den Wert von A gibt Ref. [16] wo für den Prozeß

$$\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$$

$$A = (5. \pm .3) \text{ GeV}^{-2}$$

im OPE-Modell mit obigem Formfaktor gefunden wurde.

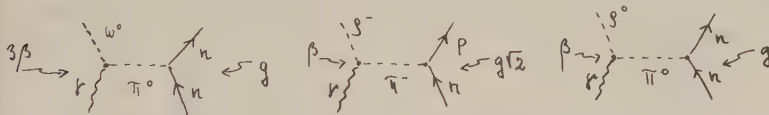
Überdies ist die Williams-Absorption keine ausgezeichnete Vorschrift, denn wie Ref. [17] zeigt, ist die Williams-Absorption von OPE Amplituden nicht äquivalent dem sogenannten 'full' Bornmodell.

Es zeigt sich, daß für $p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ die notwendige starke Absorption nur mit Hilfe der Dar-Methode erreicht werden kann.

b.) die Reaktion $\gamma p \rightarrow p \omega^0$

Sowohl natürlicher als auch unnatürlicher Paritätsaustausch tragen zur ω -Produktion bei. Die Energieabhängigkeit und die Größe des W.Q. für den unnatürlichen Paritätsaustausch stimmen mit den Vorhersagen des OPE-Modells überein. Für periphere ω -Produktion erhält man den W.Q. aus dem der ρ -Produktion, die Änderungen in den Massen und Kopplungskonstanten dabei vorausgesetzt. Die Mesonen ω (783) und ρ (770) sind fast gleich in ihren Massen, beide haben Spin^{Parität} 1^-

Aus der Isospinanalyse folgender Graphen



ersieht man, daß

$$\left. \sigma_{\text{tot}} \right|_{\gamma p \rightarrow p \omega} = 4.5 \times \left. \sigma_{\text{tot}} \right|_{\gamma n \rightarrow p \omega}$$

Fig. 4 zeigt den W.Q. aus Ref. [19] (----)

und zwar den OPE Anteil.

Diese Autoren schreiben den differentiellen W.Q.

$$\frac{d\sigma}{dt} = \left. \frac{d\sigma^N}{dt} \right|_{t=0} e^{A^N t} + W \frac{d\sigma^{\text{OPE}}}{dt}(E_p, t), \quad W = 0.94 \pm 0.03$$

Der 2. Summand beschreibt den OPE W.Q., der in der Version von G.Wolf unter Zuhilfenahme von Benecke-Dürr Formfaktoren [51] formuliert ist. Obwohl ω eine Resonanz ist, sind Breitenkorrekturen nicht notwendig.

Von den verschiedenen in der Literatur aufgeführten Werten für

$$\Gamma(\omega \rightarrow \pi \gamma) \text{ wird hier } \Gamma_{\omega \rightarrow \pi \gamma} = 0.9 \text{ MeV [18] benutzt.}$$

Die Kurve für Dar-Absorption in Fig. 4 basiert ebenfalls auf OPE (---) und der gleichen Zerfallsbreite. Die gute Übereinstimmung wird hier auch ohne zusätzliche Formfaktoren erreicht!

Die Autoren von [19] bemerken zusätzlich, daß OPE nicht nur den unnatürlichen Paritätsaustausch im W.Q. bewirkt, sondern auch noch die Spindichte-Matrizen richtig beschreibt. Die Winkelzerfallsverteilung für Vektormesonen, die durch linear polarisierte Photonen erzeugt werden, wird durch 9 unabhängige, meßbare Spindichte-Matrixparameter S_{ik}^{λ} ($\lambda = 1 \dots 4$) beschrieben. Der Anteil an G^N bzw. G^u zum W.Q. für natürlichen $P = - (1)^J$ bzw. unnatürlichen Paritätsaustausch $P = - (-1)^J$ im t-Kanal wird durch die Dichtematrix-Elemente bestimmt [19] .

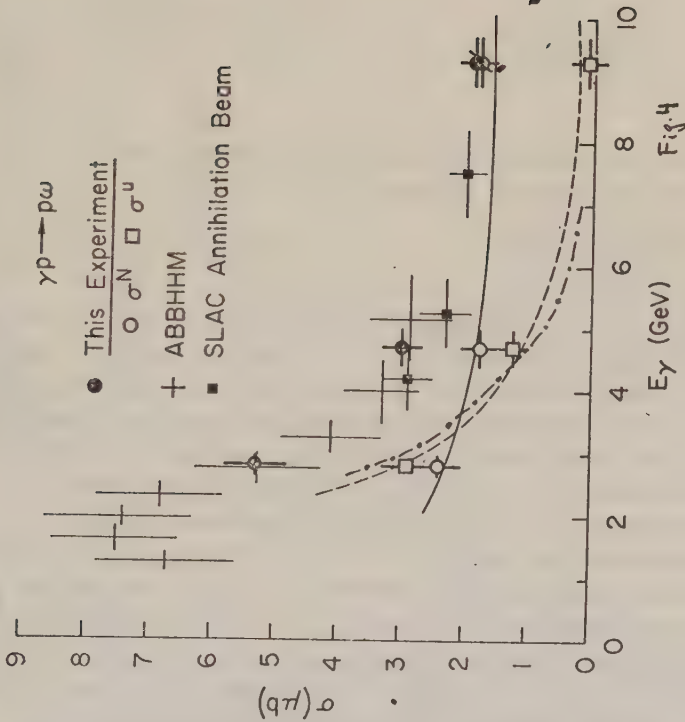


Fig.4 : Anteil des $\bar{u}$ -Austauschs zum totalen Wirkungsquerschnitt σ der Reaktion $\gamma p \rightarrow p\omega$ in Abhängigkeit von der Photonenenergie E_γ

(a)..... Dar-W.Q.

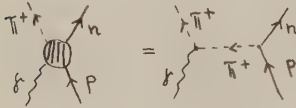
(b)----- OPE-Fit aus Ref. [19]

Wichtig sind hier nur die Daten für den unnatürlichen Paritätsaustausch ($\bar{u}G^u$) im t-Kanal.

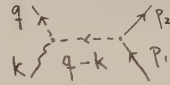
Die exp. Daten stammen aus Ref. [39] und [40]

c.) die Reaktionen $\gamma p \rightarrow \pi^+ n$ und $\gamma n \rightarrow \pi^- p$

Die π^+ -Produktion wird durch OPE beschrieben mit folgendem Feynman-Diagramm:



Impulsdefinition



Unter Ausnutzung der Transversalität der Photonen-Polarisation

$\epsilon_\mu k^\mu = 0$ schreibt sich die OPE-Amplitude:

$$\Gamma_{\pi} = \frac{(\sqrt{2} g e) (2 q \cdot \epsilon)}{t - \mu^2} \bar{u}(p_2) \gamma^5 u(p_1)$$

Die Definition des differentiellen W.Q. ist die gleiche wie bei der $\pi \Delta$ -Produktion bei Ersetzung von M durch die Nukleonenmasse m . Ebenfalls sind die Ausdrücke für die Spinoren, Kopplungskonstanten etc. dem Anhang zu entnehmen. Fig. 5 zeigt die Born- und D_{π} -Kurve für diesen Prozeß. Wie schon früher erwähnt, ist die Wirkung der Absorption hier deutlich abzulesen. Die D_{π} -Kurve liegt zwar noch unterhalb der Daten, dabei ist aber zu bedenken, daß die Absorptionsparameter aus hadronisch erzeugten Prozessen gewonnen sind. Eine für kleine t -Werte bessere Beschreibung erhält man mit der Elektrischen-Born Approximation (siehe Fig. 6). Sie besteht aus dem s , u und t -Kanal. Der s -Kanal enthält nur die Dirac-Kopplung γ^μ des Photons an das Nukleon, der Pauli-Magnetterm $G^{\mu\nu}$ wird nicht mitgenommen. Trotzdem benötigt man für größere Werte noch die Absorption. Dann kann auch der $G^{\mu\nu}$ -Term weggelassen werden, da er nur zu den kleinen Partialwellen beiträgt, die durch die Absorption unterdrückt werden. Der t -Kanal Austausch ist ein OPE. Das konventionelle Regge-Modell sagt übrigens einen verschwindenden W.Q. in Vorwärtsrichtung voraus! Für die Bewertung muß man hierbei stets berücksichtigen, daß die Analyse der π -Photoproduktion komplizierter als die πN -Streuung ist auf Grund der komplexeren Struktur des Photons.

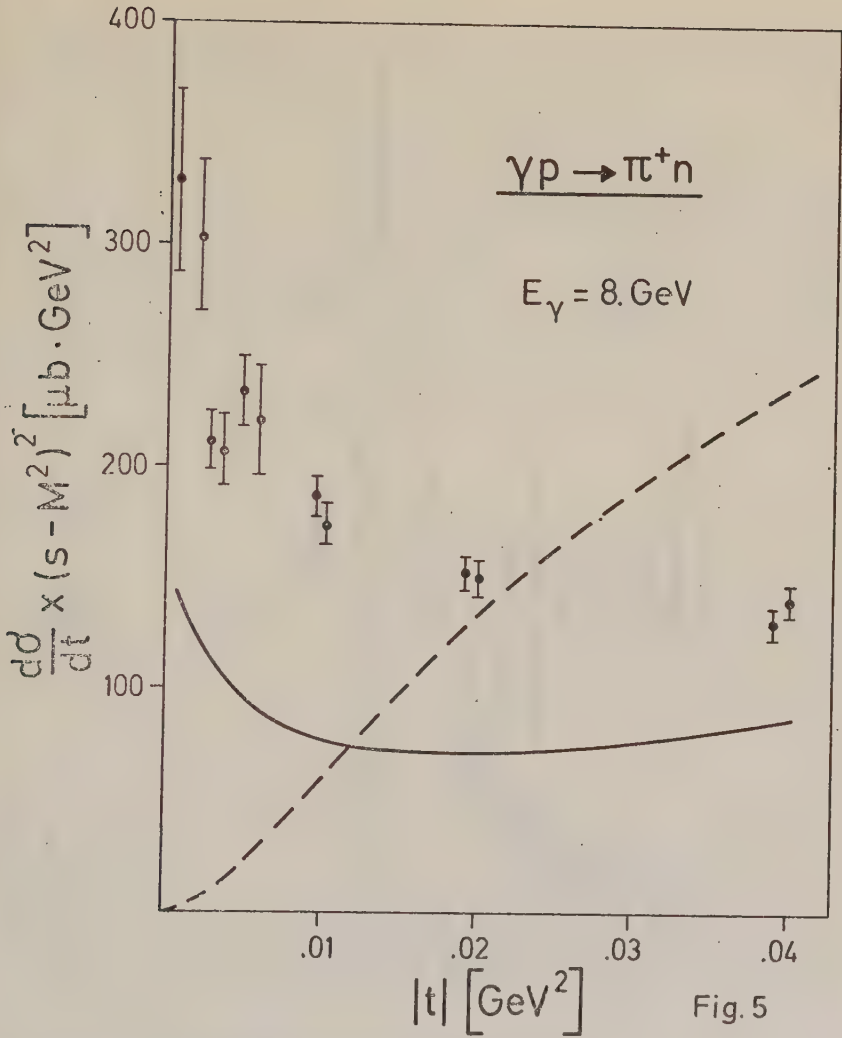


Fig. 5

Fig.5 : Anteil des π -Austauschs zum differentiellen W.Q. der Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^+ n$ für $E_\gamma = 8. \text{ GeV}$
 (a)---- Born-W.Q.
 (b)—— Dar-W.Q. (Parameter: $R=.97$, $d=.125$)
 Die exp. Daten stammen aus Ref. [41] -

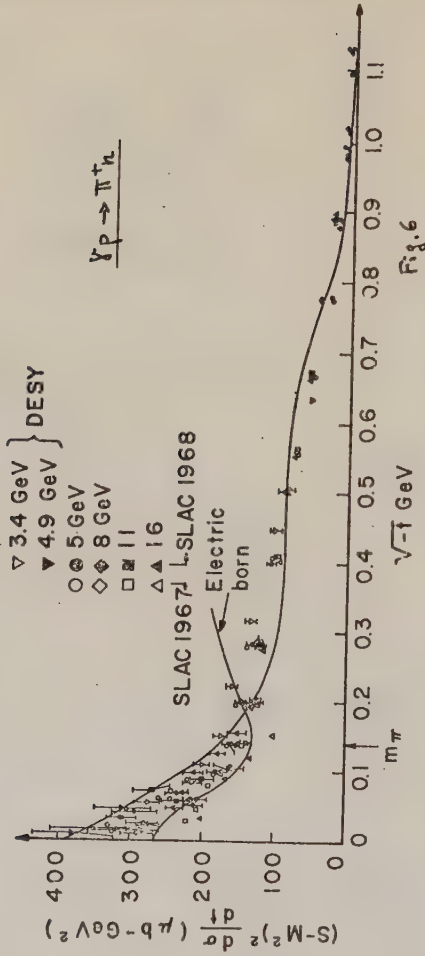
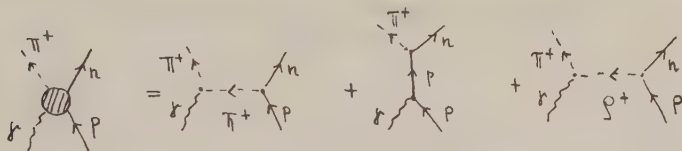


Fig. 6 : Derselbe Prozess wie bei Fig. 5
 Wichtig ist hier nur die Kurve des elektrischen
 Born-Modells. [8]
 Die exp. Daten stammen aus Ref. [8]

Für die späteren Berechnungen wird es notwendig sein, das Vorzeichen des $\pi\rho\delta$ -Vertex festzulegen, d.h. das relative Vorzeichen zwischen OPE und ORE ("one rho exchange"), wozu dieser auch in der Analyse der Pion-Photoproduktion mitgenommen werden muß. In der Born-Amplitude interferieren ρ - und π -Austausch wegen entgegengesetzter G-Parität nicht, während durch die Absorption starke Interferenzen auftreten. Beim Übergang von der π^+ - zur π^- -Photoproduktion ändert der OPE-Term sein Vorzeichen, der ORE-Term dagegen bleibt unverändert. Der Interferenzterm zwischen den beiden Austauschgraphen und dem s-Kanal der π^+ -Produktion bzw. u-Kanal der π^- -Produktion bewirkt demnach

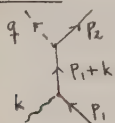
$$\frac{d\sigma^{\pi^+}}{dt} - \frac{d\sigma^{\pi^-}}{dt} \neq 0$$

$\gamma p \rightarrow \pi^+ n$:



Das relative Vorzeichen des OPE und des s-Kanal gewinnt man aus der Eichinvarianz.

s-Kanal:



$$\Gamma^s = (12 g_e) \bar{u}(p_2) \gamma_5 \frac{\gamma^\mu}{\not{p}_1 + \not{k} - m} u(p_1) \epsilon_\mu$$

ρ -Austauschamplitude:

$$\Gamma^s = \frac{i g_{\pi\rho\pi} g_{\rho NN}}{\mu(t - m_\rho^2)} \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} \epsilon^\alpha k^\beta (q-k)^\delta \bar{u}(p_2) \left\{ g_1 (p_1 + p_2)^\gamma + g_2 \gamma^\gamma \right\} u(p_1)$$

dabei lassen sich
und

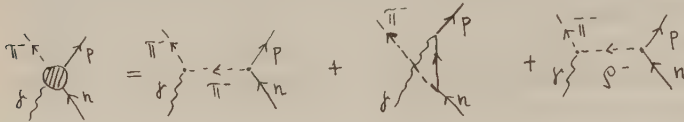
$$\epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} \epsilon^\alpha k^\beta (p_1 - p_2)^\gamma (q-k)^\delta$$

$$\epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} \epsilon^\alpha k^\beta \gamma^\gamma (q-k)^\delta$$

direkt als Determinanten
auswerten

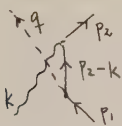
Der ρ -Austauschgraph ist schon für sich eichinvariant, da durch die Ersetzung $\epsilon^\alpha \rightarrow k^\alpha$ der symmetrische Tensor $k^\alpha k^\beta$ sich mit dem antisymmetrischen Tensor $\epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta}$ zu Null kontrahiert.

$\gamma n \rightarrow \pi^- p$, da das Photon nur an geladene Teilchen koppelt, tritt hier nicht der s-Kanal dafür aber der u-Kanal auf.



Das relative Vorzeichen der ersten beiden Diagramme liefert wiederum die Eichinvarianz.

u - Kanal:

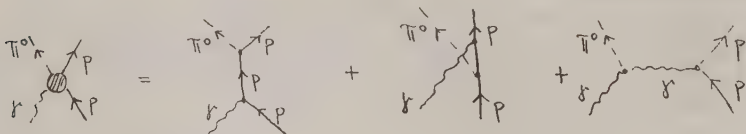


$$T^u = (\sqrt{2} g e) \bar{u}(p_2) \frac{\gamma^\mu}{p_2 - k - m} \gamma_5 u(p_1) \epsilon_\mu$$

Fig. 7 zeigt das gerechnete π^-/π^+ Verhältnis. Auch die Dar-Kurve gibt dafür den richtigen Trend wider.

d.) die Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$

Eine weitere Methode der Vorzeichenbestimmung von $g_{\rho\pi\gamma}$ benutzt die Primakoff-Amplitude [20]. Es tritt hierbei die Kopplungskonstante $g_{\rho\pi\gamma}$ auf, die mit $g_{\rho\pi\pi}$ über die Vektordominanz verknüpft wird [3]. Die π^0 -Produktion wird durch den s- und u-Kanal sowie die Primakoff-Amplitude beschrieben:



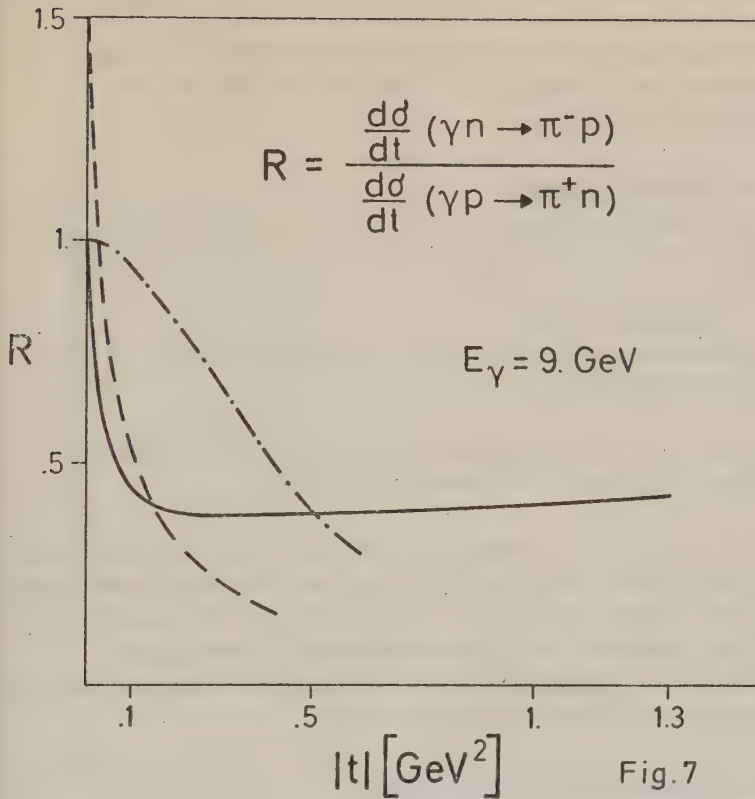


Fig.7 : Verhältnis R der differentiellen Wirkungsquerschnitte der Reaktionen $\gamma n \rightarrow \pi^- p$ und $\gamma p \rightarrow \pi^+ n$. Es wurden berücksichtigt für π^- -Produktion $\bar{u}+s$ -Austausche und der u-Kanal für π^+ -Produktion $\bar{u}+s$ -Austausche und der s-Kanal

(a) Born-W.Q.
 (b) ---- Dar-W.Q.
 (c) — exp. Kurve aus Ref. [41]

Der Ein-Photon-Austausch ergibt den Primakoff-Effekt, d.h. wegen des $1/t$ Verhaltens des Propagators einen steilen Anstieg in Vorwärtsrichtung (siehe Fig. 8).

Die Gordon-Zerlegung des Stroms

$$\bar{u}(p_2) \gamma^\mu u(p_1) = \bar{u}(p_2) \left\{ \frac{(p_1 + p_2)^\mu}{2m} + \frac{i G^{\mu\nu} (p_2 - p_1)_\nu}{2m} \right\} u(p_1)$$

liefert neben dem Bahnstromanteil $(p_1 + p_2)^\mu$ den Magnetanteil $G^{\mu\nu}$, welcher aber vernachlässigt wird.

Die Vertizes sind wiederum dem Anhang zu entnehmen, die Kinematik ist die gleiche wie in der π^+ -Photoproduktion.

Berechnet wurden der s- und u-Kanal mit unterschiedlichem Vorzeichen der Primakoff-Amplitude. Bei der richtigen Wahl des Vorzeichens tritt konstruktive Interferenz zwischen der Amplitude des Primakoff Effekts und den anderen in der π^0 -Photoproduktion beteiligten Amplituden auf [20]. Gilman [22] hat mit dieser Methode das Vorzeichen der Zerfallsamplitude $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ bestimmen können.

Die getroffene Vorzeichenwahl war konsistent mit der aus dem π^-/π^+ Verhältnis bestimmten.

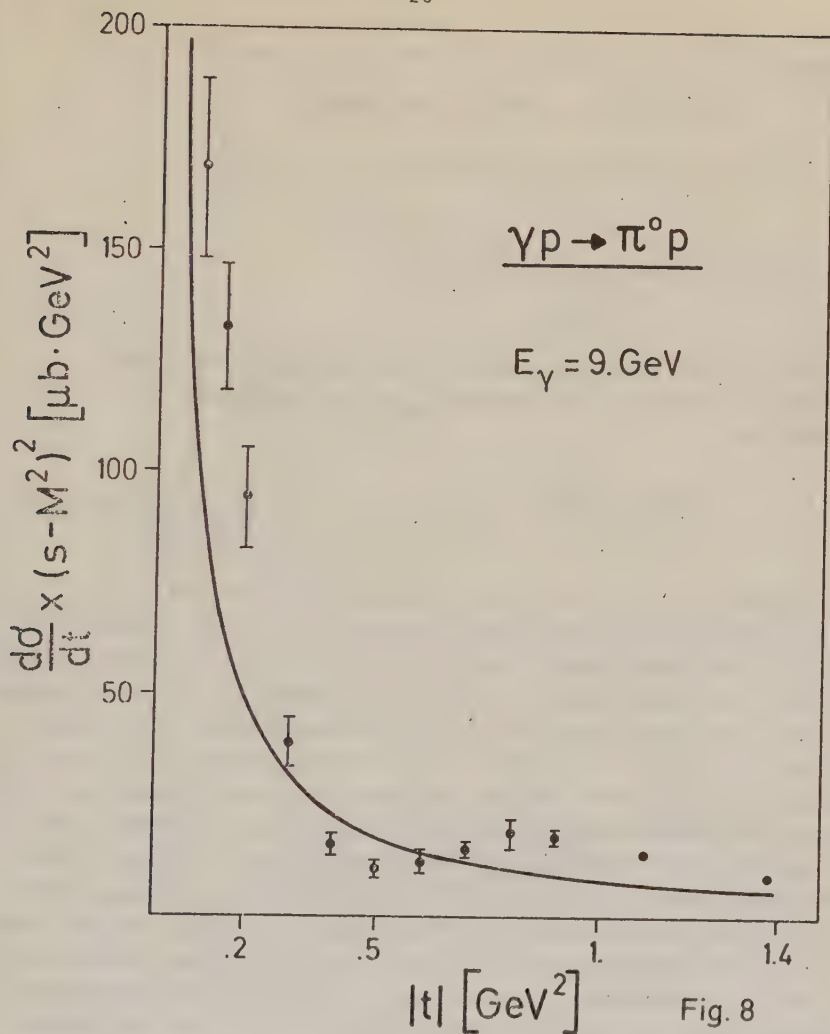


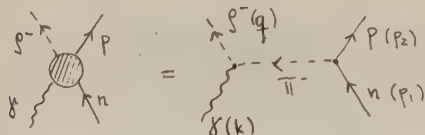
Fig. 8

Fig.8 : Anteil der Primakoff-Amplitude mit s- und u-Kanal zum differentiellen W.Q. der Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^0 p$ für $E_\gamma = 9. \text{ GeV}$
Die exp. Daten stammen aus Ref. [41]

Kapitel III : die Reaktionen $\gamma n \rightarrow \pi^- p$ und $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$

a.) $\gamma n \rightarrow \pi^- p$, nur π^- -Austausch

Die Reaktion wird durch den OPE-Graphen approximiert:



wobei das Photon γ den Polarisationsvektor $\epsilon_\mu(k)$ und π^- den Polarisationsvektor $\xi_\mu(q)$ besitzen. Die Austauschamplitude schreibt sich

$$T^{\text{OPE}} = i \frac{g_{NN\pi} g_{\pi\gamma}}{(t - \mu^2)_\mu} \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} \epsilon^\alpha k^\beta \xi^\gamma q^\delta \bar{u}(p_2) \gamma_5 u(p_1)$$

Im OPE-Modell nach G. Wolf [23] liegt der differentielle W.Q. ebenso unterhalb der Daten (Fig. 9) wie auch beim Dar-Modell (Fig. 10). Da OPE offensichtlich die Kurven allein nicht beschreiben kann, wird der ρ -Austausch noch als nächstmöglicher Beitrag berücksichtigt. Ähnliches Verhalten wie der differentielle W.Q. zeigt auch der totale W.Q. Den Abfall beider Wirkungsquerschnitte mit wachsender Energie wird dagegen im Dar-Modell durch dessen mit der Energie wachsenden Absorptionsradius richtig wiedergegeben. Die Beschreibung durch andere Absorptionsmodelle zeigt Fig. 11, die verwendeten Absorptionsprofile sind in Kapitel I zusammengestellt. Die Kurve nach Majerotto et al. beschreibt Überabsorption und liegt unterhalb der Daten, während die drei Schilling-Kurven der Dar-Kurve aus Fig. 10 entsprechen. Während Dar stets die gleichen Absorptionsparameter für verschiedene Prozesse benutzt, sind bei den anderen Absorptionsmodellen diese Parameter nicht bestimmt und variieren von Prozeß zu Prozeß. Im Modell von Dar hängen außerdem die Absorptionsparameter noch von der c.m.s.-Energie ab, was auch besser in Übereinstimmung mit physikalischen Vorstellungen steht.

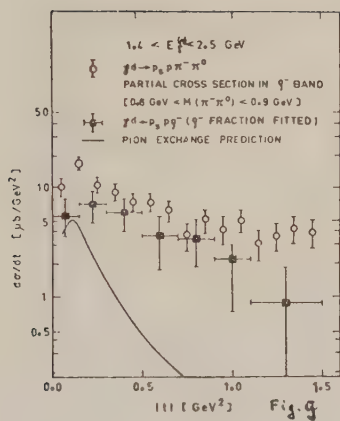


Fig.9 : Anteil des π -Austauschs zum differentiellen W.Q. der Reaktion $\gamma n \rightarrow \gamma^{-} p$ nach dem OPE-Modell von G.Wolf. Näheres darüber siehe Ref. [23]

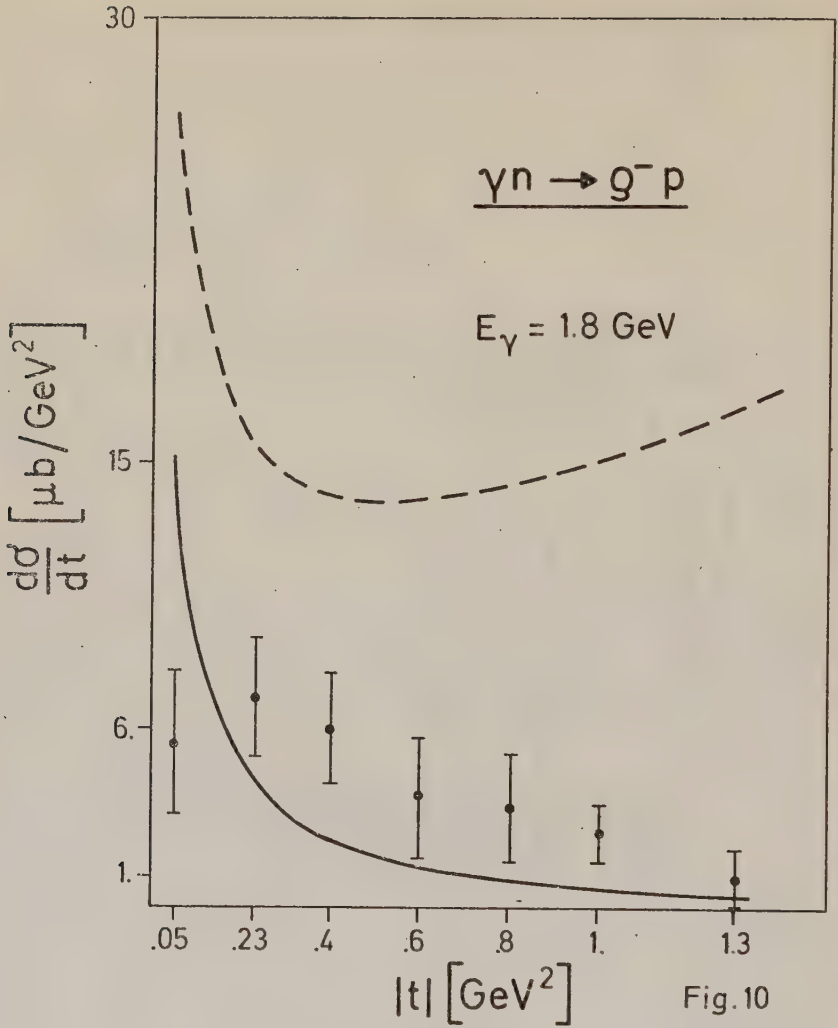


Fig.10 : Prozess wie unter Fig.9 für $E_\gamma = 1.8 \text{ GeV}$
 (a)---- Born-W.Q.
 (b)—— Dar-W.Q. (Parameter: $R=.6$, $d=.06$)
 Die exp. Daten stammen aus Ref. [23]

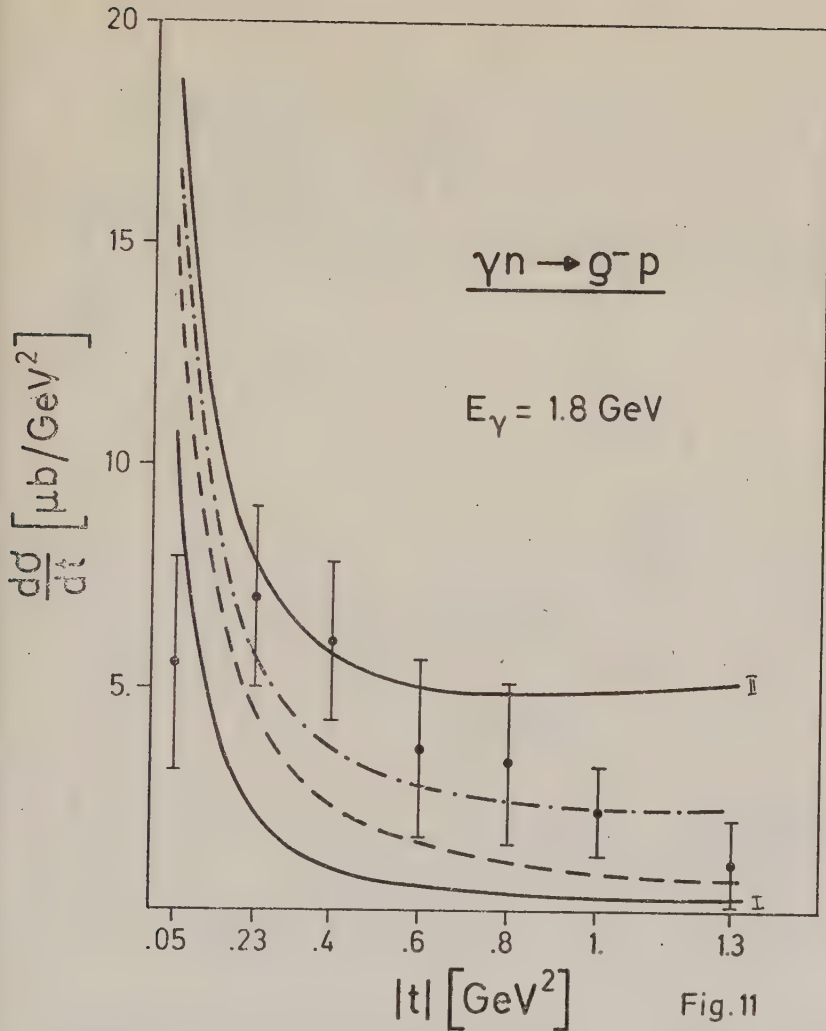


Fig. 11

Fig. 11 : Anteil des $\bar{\pi}$ - Austauschs zum differentiellen W.Q. der Reaktion $\gamma n \rightarrow g^- p$ für $E_\gamma = 1.8 \text{ GeV}$ in verschiedenen Absorptionsmodellen.

- (a) — I 'Majerotto' (Parameter: $R=1.2$, $d=5.$)
- (b) — II 'Schilling' (Parameter: $R=.6$, $d=5.$)
- (c) - - - III 'Schilling' (Parameter: $R=.8$, $d=8.5$)
- (d) - - - IV 'Schilling' (Parameter: $R=1.$, $d=8.5$)

Die exp. Daten wurden der Ref. [23] entnommen.

Da das auslaufende ρ^- Meson ein $\pi^+\pi^-$ Resonanzsystem mit nicht genau definierbarer Masse ist, müßte man für den W.Q. noch eine Breitenkorrektur [4] durchführen. Fig. 12 zeigt, wie $t_{\max}$ und $t_{\min}$ Funktionen der Resonanzmasse m sind und daß für gegebenes m nur der t -Bereich zwischen $t_{\min}(m)$ und $t_{\max}(m)$ zugänglich wird. (+) Ereignisse z.B. mit Massen größer als $m_\rho = .77 \text{ GeV}$ besitzen einen kleineren $t_{\min} - t_{\max}$ Bereich und tragen insbesondere in Vorwärtsrichtung ($t_{\min}$) nicht bei. So kommt es zur Absenkung des W.Q. in Vorwärtsrichtung um 30-40%.

(+) Der physikalische Impulsübertrag $t(s, \cos\theta)$ wird bei festem s nämlich durch die beiden Werte für $\cos\theta = \pm 1$ begrenzt.
Es gilt: $t_{\min} = t(s, \cos\theta = 1)$, $t_{\max} = t(s, \cos\theta = -1)$

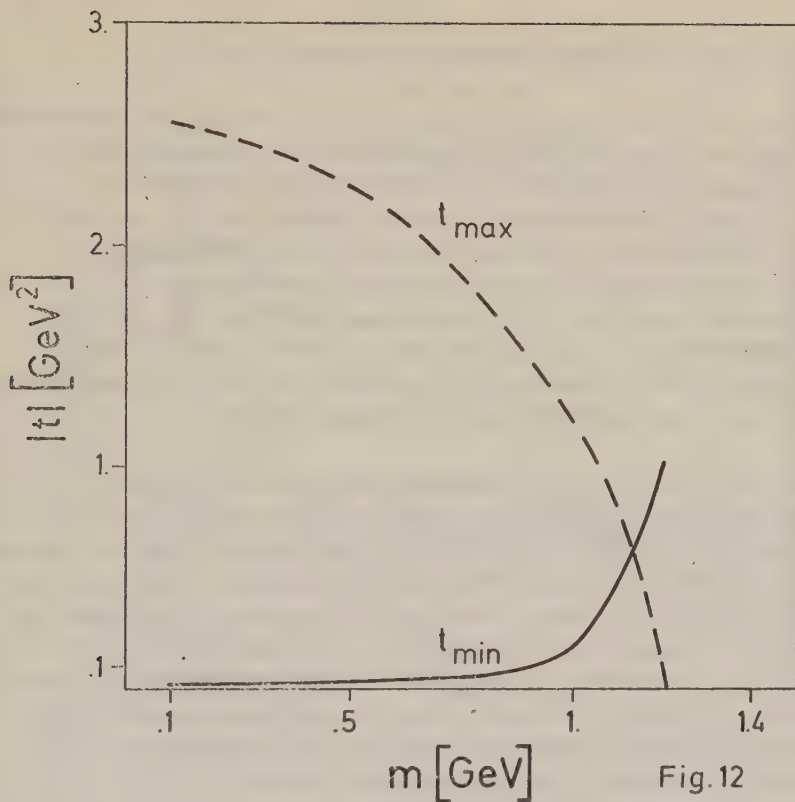


Fig.12

Fig.12 : Die Abhängigkeit von $t_{\min}$ (—) und $t_{\max}$ (--) von der Resonanzmasse m und dem Impulsübertragsquadrat $|t|$.

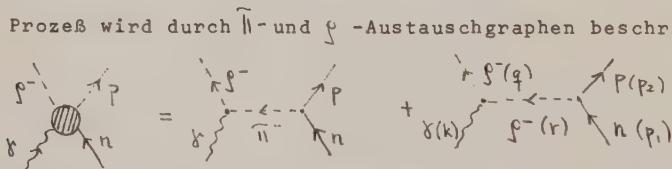
b.) $\delta n \rightarrow p^- p$, $\bar{n} + p$ Austausch

Während die vorherigen Kapitel das Dar-Modell und dessen Anwendbarkeit auf Photoproduktionsprozesse beschreiben, wird in diesem Kapitel die Bestimmung der elektro-magnetischen Momente des ρ -Mesons behandelt. Der ρ -Austauschgraph enthält den $\rho\rho\gamma$ -Vertex, so daß neben der elektrischen Kopplung noch das magnetische Dipol- und das elektrische Quadrupolmoment auftreten. Magnetmoment und Quadrupolmoment stellen die einzig freien Parameter dar, für die verschiedene Theorien verschiedene Werte liefern. Es wird sich zeigen, daß die Vektordominanz [3] gute Fits der Wirkungsquerschnitte liefert, das Salam $\tilde{U}(12)$ Modell [29] dagegen nicht.

Die Idee mit Hilfe des $\rho\rho\gamma$ -Vertex das Magnetmoment χ_2 des Vektormesons zu bestimmen, stammt ursprünglich von Berman und Drell [24]. In den differentiellen W.Q. geht χ_2 quadratisch ein und eine starke Abhängigkeit vom Magnetmoment ist daher zu erwarten. Die späteren Arbeiten [25] und [4] haben diese Idee im Rahmen von BORN-Modellen mit Eichkorrekturen wieder aufgenommen. Auch nach Behebung der Fehler in den zitierten Arbeiten ([25], [4]) liegen die theoretischen Kurven erheblich über den Daten. Einen Ausweg daraus scheint die Absorption zu bieten, weil dadurch die in der BORN-Näherung berechneten Wirkungsquerschnitte abgesenkt werden.

1. der ρ -Austausch

Der Prozeß wird durch $\bar{n}$ - und p -Austauschgraphen beschrieben,



denn wie die Fig. 13 und 14 zeigen, ist der OPE-Beitrag zu klein.

(Der OPE-Beitrag ist aus dem vorherigen Abschnitt her bekannt)

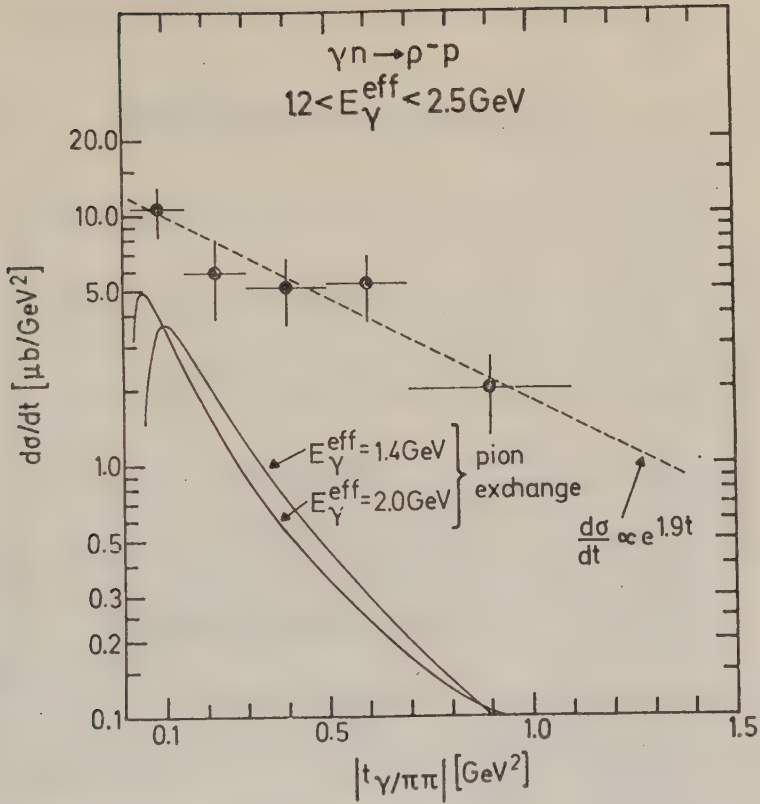


Fig.13

Fig.13 : Anteil des π -Austauschs zum differentiellen W.Q. der Reaktion $\gamma n \rightarrow p^- p$
 Die Fig. ist der Ref. [43] entnommen.

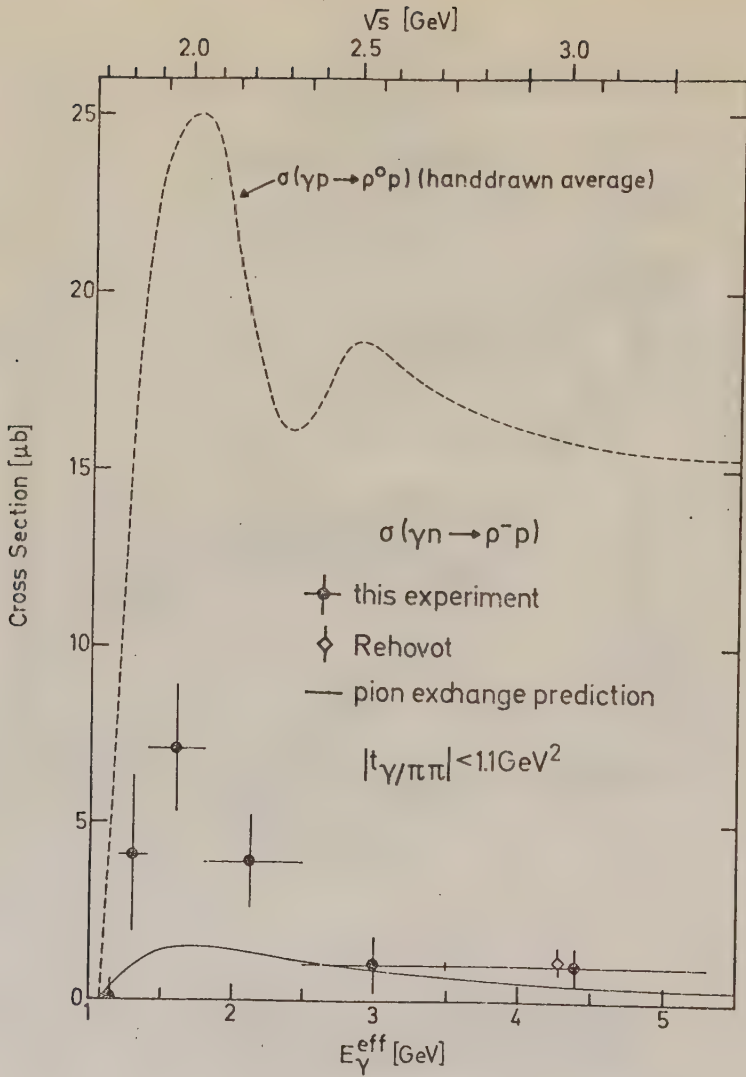


Fig.14

Fig.14 : Anteil des π -Austauschs zum totalen W.Q. der Reaktion $\gamma n \rightarrow \rho^- p$. Die Fig. ist der Ref. [43] entnommen.

Der ρ - Austausch liefert die Amplitude:

$$\begin{aligned} \Gamma^S = & -i \frac{e g_N g_N}{t - m_\rho^2} \bar{U}(p_2) \left\{ \mathcal{K}_1 (2q \cdot \epsilon) [g_1 Q \cdot \xi^* + g_2 \not{\xi}] \right. \\ & + \mathcal{K}_2 [g_1 (\xi^* \cdot k Q \cdot \epsilon - k \cdot Q \xi^* \cdot \epsilon) + g_2 (\xi^* \cdot k \not{\epsilon} - \xi^* \cdot \epsilon \not{k})] \\ & + \mathcal{K}_3 / m_\rho^2 [g_1 \{ Q \cdot k (2\epsilon \cdot q \xi^* \cdot k - q \cdot k \xi^* \cdot \epsilon) - Q \cdot \epsilon \xi^* \cdot k q \cdot k \} \\ & \left. + g_2 \{ (2\epsilon \cdot q \xi^* \cdot k - q \cdot k \xi^* \cdot \epsilon) \not{k} - q \cdot k \xi^* \cdot k \not{\epsilon} \} \right\} U(p_1) \end{aligned}$$

wobei $Q = p_1 + p_2$ (Definition der $\mathcal{K}_i$'s und g_i 's unter 2.)

Da die elektrische Kopplung eines Teilchens mit Spin 1 an Nukleonen $\propto \bar{\psi} \gamma^\mu \psi$ ist und die magnetische $\propto \bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} \psi$ ist, ergibt die Kontraktion des $r_\mu r_\nu$ -Terms des ρ -Propagators

$$\frac{g_{\mu\nu} - r_\mu r_\nu / m_\rho^2}{r^2 - m_\rho^2} \quad \text{mit } \bar{\psi} \gamma^\mu \psi \quad \text{unter Zuhilfenahme}$$

der Diracgleichung ebenso Null wie die Kontraktion des symmetrischen Tensors $r_\mu r_\nu$ mit dem antisymmetrischen Tensor $\sigma^{\mu\nu}$

2. die elektromagnetischen Momente $\mathcal{K}_i(t)$

Im statischen Grenzfall ($t=0$) haben die Formfaktoren $\mathcal{K}_i$ folgende Bedeutung

- $\mathcal{K}_1$: elektrische Ladung
 $\mathcal{K}_2$: magnetisches Dipolmoment (in Kernmagnetonen $e\hbar/2m_N$)
 $\mathcal{K}_3$: elektrisches Quadrupolmoment

$\mathcal{K}_2$ und $\mathcal{K}_3$ sind die freien Parameter. Statische Werte haben auch die Formfaktoren g_1 und g_2 : $g_1(0) = -1.97 \text{ GeV}^{-1}$ (Zur genaueren Definition siehe [4])
 $g_2(0) = 4.7$ [49]

(In Ref. [4] und [25] haben g_1 und g_2 falsche Werte [49] !)

In 4 der unten aufgeführten Theorien haben die χ_i folgende Werte:

	χ_1	χ_2	χ_3
1.) Vektordominanz (VDM)	1.	2.	0.
2.) Verallgemeinerte VDM	1.	< 2 .	0.
3.) $\tilde{U}(12)$ - Theorie	1.	3.	1.
4a) "Bound-State" Modell	1.	$1 + \mu^{\text{anomal}}$	$-1/2 \mu^{\text{anomal}}$
	1.	$1 + \mu^{\text{anomal}}$	0.
4b) Quark Modell	1.	~ 2.3	0.

Zu 1.) In dieser bekannten Theorie geschieht die Ankopplung des Photons an Hadronen über die als Zwischenzustände fungierenden ρ , ω und ϕ -Mesonen [3].

Zu 2.) Diese Version der VDM der Ref. [26] nimmt noch die Ankopplung des Photons an schwerere Vektormesonen in Betracht. Experimente in Frascati [27] haben gezeigt, daß hadronische 1^- Zustände mit Massen $m \gg 1.4$ GeV noch mit erheblicher Stärke an das Photon ankopplern. Werte von $\chi_2 < 2$. erzielen auch die Autoren der Ref. [28]. Die schwereren Vektormesonen werden sozusagen als Kontinuums-Anregungen des Propagators betrachtet. Mit dieser Arbeit wird sich der 2. Teil dieser Arbeit noch eingehend beschäftigen.

Zu 3.) Ref. [29] klassifiziert Teilchen durch ein $\tilde{U}(12)$ Symmetrie-Schema. Es ist eine relativistische Verallgemeinerung der $U(6)$ Symmetrie. (Auf Seite 156 der angegebenen Ref. fehlt im Ausdruck für den effektiven Vektorstrom ein Faktor von $1/2$, d.h. der Term muß folgendermaßen lauten:

$$(1 - q^2/2\mu^2) \phi_5^j(p') \phi_5^k(-p) \quad [50]$$

Bemerkung: Folgende nicht explizit erwähnte Magnetmomente schloß die hier durchgeführte Analyse aus:
 $\chi_2 = 1$: ϕ -Meson zusammengesetzt aus 2 Dirac-Teilchen
 $\chi_2 = 4/3$: nicht-relativistisches Fermi/Yang-Modell

Zu 4.) Unter diese Modelle fallen z.B. das Quarkmodell und das Fermi-Young Modell (siehe die Übersicht der Ref [30]). (x)
 $\mathcal{K}_3 = -1/2 \mu^{\text{anomal}}$ ist die Young-Bludman Interpretation [31],
 $\mathcal{K}_3 = 0$ die von Schwinger [32], der μ^{anomal} als den Teil der Quadrupolwechselwirkung ansieht, der durch das elektromagnetische Feld induziert wird. (beschreibt keine "innere" Eigenschaft). Näheres darüber in Ref. [33].

Der Quadrupolterm $\mathcal{K}_3$ wie er in den Ref. [25] und [4] benutzt wird, ist für virtuelle ρ -Mesonen nicht eichinvariant. Der in Ref. [33] vorgeschlagene und hier verwendete Quadrupolterm dagegen ist eichinvariant. Er ergibt folgenden Beitrag für die Lagrangedichte:

$$\mathcal{L}_{\rho\rho\rho}^{\text{Quadr.}} = \frac{ie}{2} \mathcal{K}_3 / m_\rho^2 \left[(S_\alpha^\dagger \overleftrightarrow{\partial}_\mu S_\beta) (\partial^\alpha F^{\mu\beta} + \partial^\beta F^{\mu\alpha}) \right]$$

$$\text{wobei } F_{\mu\nu}(x) = \partial_\mu A_\nu(x) - \partial_\nu A_\mu(x)$$

$$S_\mu(x) : \rho\text{-Feld}$$

$$A_\mu(x) : \text{e.m. Potential}$$

Man argumentiert bzgl. der Eichinvarianz folgendermaßen: Im allgemeinen muß eine Amplitude, die nicht eichinvariant ist, durch Zusatzterme eichinvariant gemacht werden. Diese Prozedur ist nicht eindeutig und auch die sogenannte minimale Erweiterung ist nicht eindeutig definierbar. Außerdem beschreibt die minimale Erweiterung nicht immer die beobachtete Amplitude. So stellt man sich auf den Standpunkt, daß die Freiheit in der Konstruktion eines "vernünftigen" Lagrange-Operators geringer ist als die Erweiterung der eichabhängigen Amplitude.

(x) Speziell ist im Quarkmodell das magnetische Moment gegeben durch

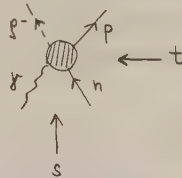
$$\text{wobei } \mu_N = \frac{e}{2M_p} \quad |\mu_s| = \mu_p = 2.73 \mu_N \quad \text{das Nuklearmagneton ist.}$$

3. der Prozeß im t-Kanal

Berechnet wurde der Prozeß im s-Kanal, denn nur dort kann eine Absorption vorgenommen werden. Als Test wurde die Amplitude auch im t-Kanal berechnet und mit dem Ergebnis der Ref. [4] verglichen. Im t-Kanal haben die Amplituden eine bedeutend einfachere Gestalt, der Quadrupolterm war dabei aber nicht berücksichtigt [4].

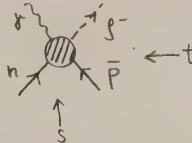
Prozeß im s-Kanal

$$\gamma n \rightarrow \gamma^- p$$



und der zugehörige Prozeß im gekreuzten Kanal

$$n \bar{p} \rightarrow \gamma^- \gamma$$



In der Amplitude $\langle \lambda_8 0 | T | -1/2 -1/2 \rangle = \frac{-\lambda_8 t}{\sqrt{2} \mu M} \frac{k}{2} (\cos \theta + \lambda_r) G_2$ der Ref [4] steht im Klammerausdruck fälschlicherweise ein Minuszeichen. Der "entgegengesetzte" Spinor zu

$$v^{(+)}(p) \propto \begin{pmatrix} p \\ 0 \\ p_0 + M \\ 0 \end{pmatrix} \quad \text{ist} \quad v^{(-)}(p) \propto \begin{pmatrix} 0 \\ -p \\ p_0 + M \end{pmatrix}$$

d.h. nur der 3-Impuls bekommt beim Übergang von $v^{(+)}$ zu $v^{(-)}$ ein anderes Vorzeichen! Dieser Fehler macht sich allerdings bei Summation aller Amplituden zum unpolarisierten W.Q. nicht bemerkbar.

Der sich am meisten auswirkendste Fehler in Ref. [4] ist aber das Weglassen eines allgemeinen Faktors von 4π , herrührend von der Benutzung der Kopplungskonstanten e^2 statt $e^2/4\pi$. Dadurch besteht keine Übereinstimmung mit den Daten mehr!

Da π - und ρ -Austausch im BORN-W.Q. nicht interferieren, konnte dieser Umstand als Test für die algebraischen und numerischen Rechnungen benutzt werden.

4. der Einfluß von Eichkorrekturen

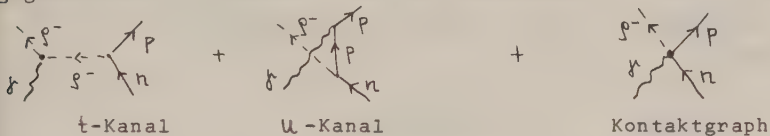
Berücksichtigt wurden nur die t-Kanal Austauschgraphen von ρ und π . Natürlich müßte man noch die s- und u-Kanal Graphen sowie Kontaktterme für die Eichinvarianz mit in Rechnung stellen. Diese tragen aber hauptsächlich nur zu den s- und p-Partialwellen bei und werden durch die Absorption bei der Rechnung in der Coulombeichung stark unterdrückt. Die Wirkungsquerschnitte für ρ -Photoproduktion sind noch mit folgenden Eichkorrekturen berechnet worden

a.) mit Bahnstrom

b.) mit u-Kanal und Kontaktterm der Ref [34]

Die Abweichungen sind aber gering, so daß eine Vernachlässigung der Eichkorrekturen gerechtfertigt erschien.

Die vollständige Eichkorrektur ist durch die folgenden 3 Graphen gegeben:



Eichinvarianz bedeutet, daß bei Ersetzung der Photonenpolarisation ϵ_μ in den Amplituden durch den Photonenimpuls k_μ die Summe aller Amplituden identisch Null wird. Der Kontaktgraph garantiert die Eichinvarianz der gewählten Graphen. Der Kontaktterm der Ref [34] schreibt sich

$$T_{\text{Rubinstein}}^{\text{Kont.}} = e g_{\pi\rho p} g_1 \bar{u}(p_2) [\not{\epsilon} \not{\xi}^* - \epsilon \cdot \xi^*] u(p_1) ,$$

ϵ_μ und ξ_μ sind die Polarisationsvektoren des Photons bzw. des ρ -Mesons. Der Kontaktterm der Ref. [25] ist

$$T_{\text{Clark}}^{\text{Kont.}} = -e g_{\pi\rho p} g_1 \epsilon \cdot \xi^* \bar{u}(p_2) u(p_1)$$

Im Born W.Q. ist (W.Q.)-Rubinstein ≈ 2 (W.Q.)-Clark während nach der Absorption beide etwa gleich groß werden.

Die Autoren der Ref [34] behaupten nun, daß der totale W.Q. allein durch den Kontaktterm beschrieben werden kann (siehe Fig. 15). Der mit der Dar-Absorption gerechnete Kontaktterm der Ref. [34] ist aber ab $E_\gamma = 1.5 \text{ GeV}$ vernachlässigbar klein. Offensichtlich wird in Ref [34] zu schwach absorbiert. Vom theoretischen Standpunkt aus gesehen, ist es überdies nicht einzusehen, warum die e.m. Momente des ρ -Mesons keine Rolle spielen sollten.

Mit größer werdender Energie nimmt der Absorptionsradius im Dar-Modell zu. Absorbiert man nun mit dem kleinstmöglichen konstanten Radius nach Dar, so wird trotzdem die Kurve der Ref. [34] nicht wiedergegeben

5. das relative Vorzeichen zwischen π^- - und ρ^- -Austausch

Im Born W.Q. interferieren der π^- - und ρ^- -Austausch bekanntlich nicht, wohl aber nach Durchführung von Absorptionskorrekturen. Auf die Vorzeichenbestimmung des $\pi\rho\gamma$ -Vertex ist schon im Abschnitt über Photoproduktion eingegangen worden. Der $\pi\rho\gamma$ -Vertex tritt sowohl in der π^- -als auch in der ρ^- -Photoproduktion auf, während der Ladungsterm sich als $e \mathcal{H}_1 (p_1 + p_2)_\mu$ im ρ^- -Prozeß und $e (p_1 + p_2)_\mu$ im π^- -Prozeß schreibt.

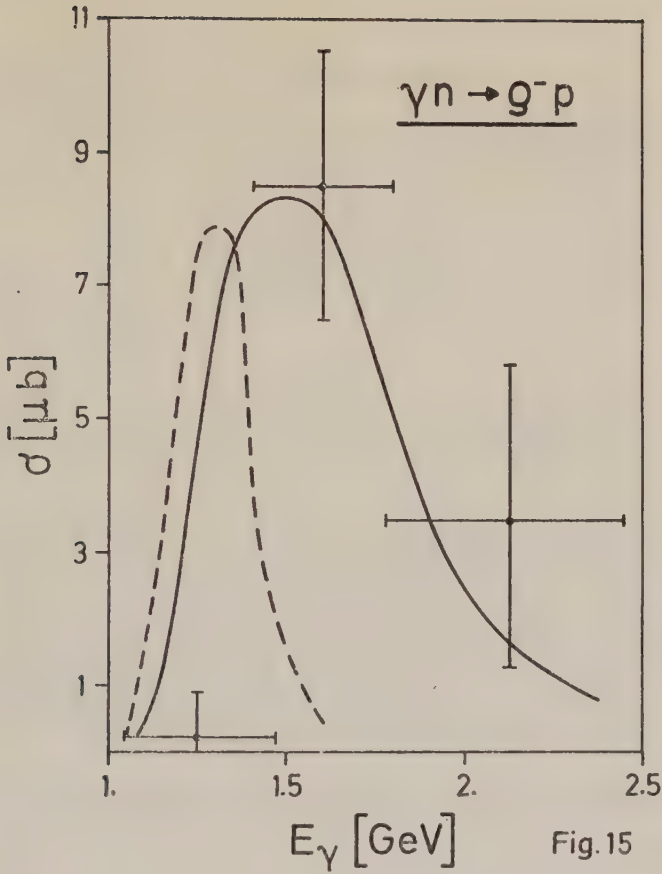


Fig.15

Fig.15 : Anteil des Kontaktterms zum totalen W.Q. der Reaktion $\gamma n \rightarrow g^- p$

(a)—— Kontaktterm aus Ref. [34]

(b)---- Kontaktterm absorbiert nach [5] und breitenkorrigiert wie in Ref. [4]

Die exp. Daten sind der Fig.8 der Ref. [23] entnommen.

6. Breitenkorrektur und Energiemittelung

Das auslaufende ρ -Meson besitzt eine Massenverteilung, die nach [35] durch eine relativistische Breit-Wigner-Verteilung beschrieben wird:

$$f(m^2) = \frac{\pi^{-1} m_\rho \Gamma(m)}{(m_\rho^2 - m^2)^2 + m_\rho^2 \Gamma^2(m)}$$

wobei

$$\Gamma(m) = \Gamma(m_\rho) \frac{\left[\frac{q(m)}{q(m_\rho)} \right]^3}{1 + \left[\frac{q(m)}{q(m_\rho)} \right]^2}$$

dabei ist $q(m) = 1/2 (m^2 - m_\pi^2)^{1/2}$ der Pionimpuls im 2-Pion-Ruhesystem. Benutzt wurden folgende Parameter aus Ref. [23]:

$$\Gamma(m_\rho) = 180 \text{ MeV}, \quad m_\rho = 795 \text{ MeV}, \quad m_\pi = 137 \text{ MeV}$$

Der Wirkungsquerschnitt G_s für ein stabiles Teilchen multipliziert sich dann mit dieser Massenverteilung

$$d^2G = dG_s(m^2) f(m^2) dm^2$$

Im wesentlichen kommt man zur relativistischen Breit-Wigner Formel durch folgende Ersetzung des Propagators

$$\frac{1}{m_R - E - i\Gamma/2} \longrightarrow \frac{2m_R}{m_R^2 - E^2 - i m_R \Gamma}$$

m_R ist die Resonanzmasse, Γ die Resonanzbreite.

In der Verteilungsfunktion der Massen wird zwar formal über alle Massen von 0 bis ∞ integriert, zugänglich ist aber nur der durch den t-Bereich mögliche Massenbereich, so daß

$$\frac{dG(E_F)}{dt} \approx \frac{dG_s(E_F)}{dt} \int_0^\infty f(m^2) \left[t - \frac{(m^2, E_F)}{m_{\max}} - t \right] \Theta \left[t - \frac{(m^2, E_F)}{m_{\min}} \right] dm^2$$

wobei in 1. Näherung $\frac{dG_s}{dt}$ unabhängig von m^2 angesehen wurde.

Man beachte, daß der W.Q. noch von der Photonenergie E_γ abhängt. Besitzt der verwendete Photonenstrahl ein kontinuierliches Bremsstrahlungsspektrum, so muß der W.Q. über dies Energieintervall gemittelt werden:

$$\frac{dG}{dt} [E_1, E_2] = \int_{E_1}^{E_2} n(E_\gamma) \frac{dG}{dt}(E_\gamma) dE_\gamma / \int_{E_1}^{E_2} n(E_\gamma) dE_\gamma$$

Das Intervall ist hier: $1.4 \text{ GeV} < E_\gamma < 2.5 \text{ GeV}$
und weil die Strahlintensität im gesamten Energieintervall konstant war, schreibt sich die Gewichtsfunktion

$$n(E_\gamma) = E_\gamma^{-1} \quad [36]$$

Ein Beispiel einer Breitenkorrektur zeigt Fig. 16 .
Der theoretische W.Q. für $\left. \frac{dG}{dt}(t) \right|_{\text{stabil}}$ muß noch mit der Verteilungsfunktion $BW(t)$ multipliziert werden. Man sieht, daß der W.Q. in Vorwärtsrichtung bis zu 50% abgesenkt wird, während für andere zugängliche t -Werte die Korrektur $\approx 10\%$ beträgt!

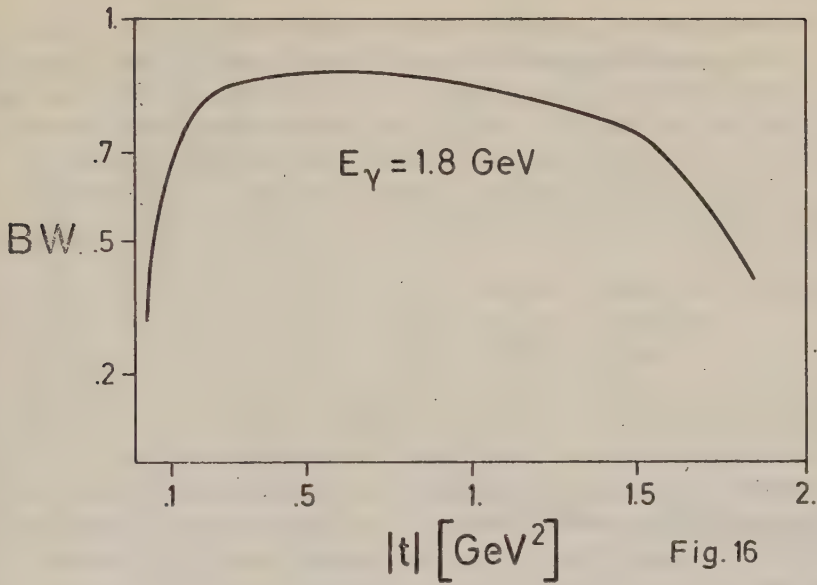


Fig.16 : Breitenkorrektur (BW: Breit-Wigner) für
den Prozess $\gamma n \rightarrow \rho^- p$ bei $E_\gamma = 1.8 \text{ GeV}$

7. der Einfluß von Phasen

An sich müßte man die relativen Regge Phasen zwischen dem $\tilde{\pi}$ - und ρ - Austauschanteil berücksichtigen. Dies ist aber ein vernachlässigbarer Effekt. Sei etwa T_{λ}^{π} der absorbierte π -Austauschanteil zu den Amplituden der Helizität λ und T_{λ}^{ρ} der korrespondierende ρ -Austauschanteil, so wird in dem hier betrachteten reellen Phasenmodell

$$\frac{d\sigma}{dt} \propto \sum_{\lambda} |T_{\lambda}^{\pi} + T_{\lambda}^{\rho}|^2 = \sum_{\lambda} (T_{\lambda}^{\pi})^2 + \sum_{\lambda} (T_{\lambda}^{\rho})^2 + 2 \sum_{\lambda} T_{\lambda}^{\pi} T_{\lambda}^{\rho}$$

Rotiert man nun um 45° , so daß

$$T_{\lambda}^{\rho} \rightarrow \frac{1+i}{\sqrt{2}} T_{\lambda}^{\rho}$$

so wird

$$\frac{d\sigma}{dt} \propto \sum_{\lambda} (T_{\lambda}^{\pi})^2 + \sum_{\lambda} (T_{\lambda}^{\rho})^2 + \sqrt{2} \sum_{\lambda} T_{\lambda}^{\pi} T_{\lambda}^{\rho}$$

Den Einfluß dieser Rotation zeigt Fig. 17. Phaseneffekte sind in 1. Näherung also zu vernachlässigen. Den Regge-Effekt der Energieabhängigkeit simuliert das Dar-Modell dagegen durch den energieabhängigen Absorptionsradius!

Ein Phasenwinkel von 45° scheint auch realistisch, denn die ρ - und $\tilde{\pi}$ - Trajektorien sind

$$\alpha_{\rho}(t) = 0.5 + t$$

$$\alpha_{\tilde{\pi}}(t) = 0. + t$$

und für kleine t -Werte wird $\alpha_{\rho} \approx 0.5$ und $\alpha_{\tilde{\pi}} \approx 0.$

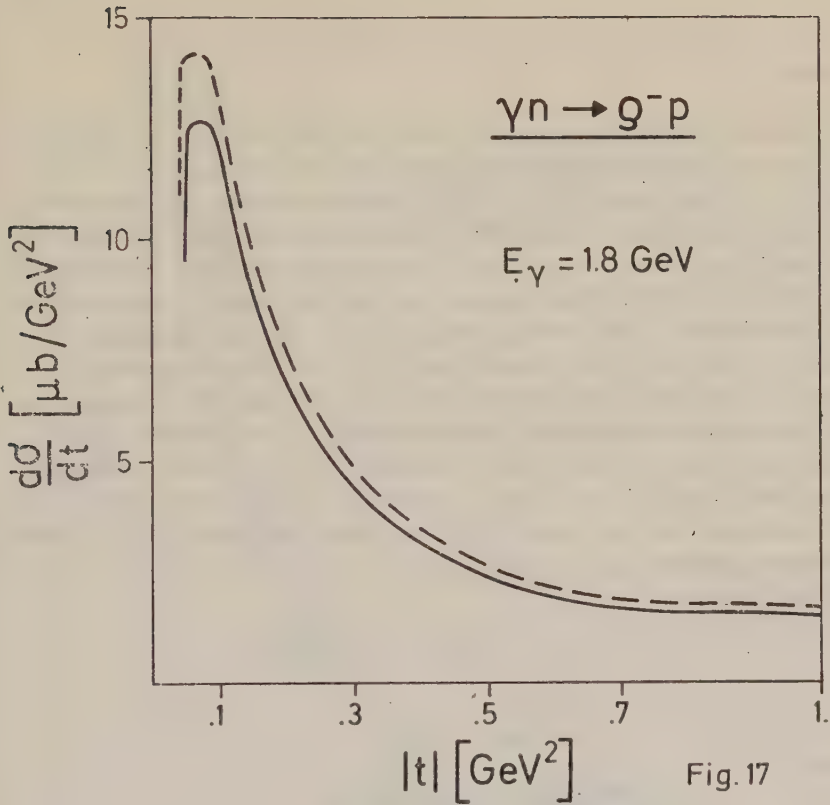


Fig.17 : Einfluss unterschiedlicher Phasen zwischen $\bar{N}$ - und $\bar{S}$ -Austausch in der Reaktion $\gamma n \rightarrow \rho^- p$
 (a)---- Phasenwinkel von 0°
 (b)—— Phasenwinkel von 45°

8. Resultate

Den totalen W.Q. im Rahmen der Dar-Absorption zeigt Fig. 18. Die Salam-Kurve liegt oberhalb der Daten. Die Kurven beginnen erst bei $E_{\gamma} = 1.4$ GeV, denn für kleinere Energien hängen die Resultate von den Details der Eichkorrekturen stärker, d.h. von den Kontakt- und Nukleonaustausch-Termen ab. Diese sind in diesen Rechnungen aber nicht berücksichtigt worden. Man sollte ferner nicht erwarten, daß ein reines t-Kanal-Austauschmodell bei der Schwellenenergie anwendbar ist. Auch die Anwendbarkeit in der Resonanzgegend um $E_{\gamma} = 1.4$ GeV ist fraglich. Dennoch ist für zwei der betrachteten Modelle eine befriedigende Übereinstimmung festzustellen. Die Daten sind aber noch zu grob, um definitive Folgerungen bzgl. der Werte von $\mathcal{K}_2$ und $\mathcal{K}_3$ zu ziehen. Lediglich die $\tilde{U}(12)$ -Werte [29] stehen im Widerspruch zu den Daten (Fig. 18, Fig. 19), während die verallgemeinerte Vektordominanz eine gute Anpassung liefert wie der χ^2 -Test beweist.

$$\chi^2 = \sum_{\left\{ \begin{smallmatrix} G_{tot} \\ dG/dt \end{smallmatrix} \right\}} (\gamma_i - y_i)^2 / (\sigma_i)^2$$

wobei

γ_i : die theoretischen Werte,

$y_i \pm \sigma_i$: die Meßwerte der Fig. 18 und 19 sind.

$\chi^2_{\text{Meßpunkt}}$

— — — — 11.2

— • — • — 0.89

———— 0.43

Nicht eingezeichnet in den verschiedenen Figuren sind die Ergebnisse für die Quark-Modell Parameter ($\mathcal{K}_1 = 1$; $\mathcal{K}_2 = 2.3$; $\mathcal{K}_3 = 0$.) Es zeigte sich aber, daß dieser Wert für $\mathcal{K}_2$ ungefähr als obere Grenze anzusehen ist, mit dem die Daten noch beschrieben werden können!

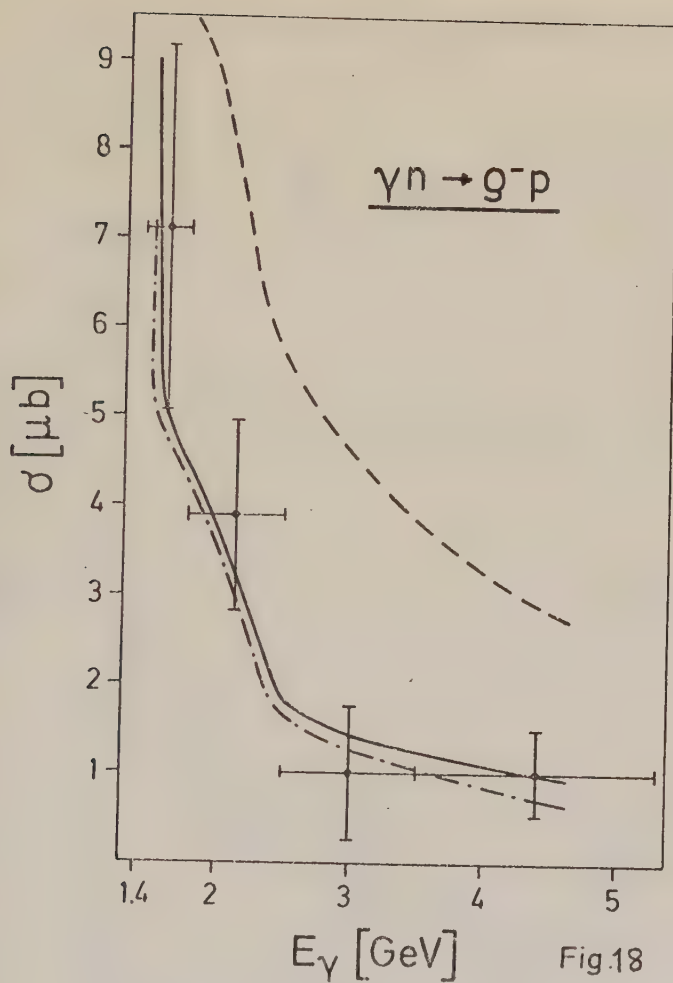


Fig.18

Fig.18 : Anteil des π^0 -Austauschs zum totalen W.Q. der Reaktion $\gamma n \rightarrow \pi^0 p$ in Abhängigkeit von der Photonenenergie E_γ
 (a)---- Salam-W.Q. ($\chi_2=3., \chi_3=1.$)
 (b)—— Young/Bludman-W.Q. ($\chi_2=1.6, \chi_3=-.3$)
 (c)-.-.- VDM-W.Q. ($\chi_2=2., \chi_3=0.$)

Die exp. Daten sind der Ref. [42] entnommen.

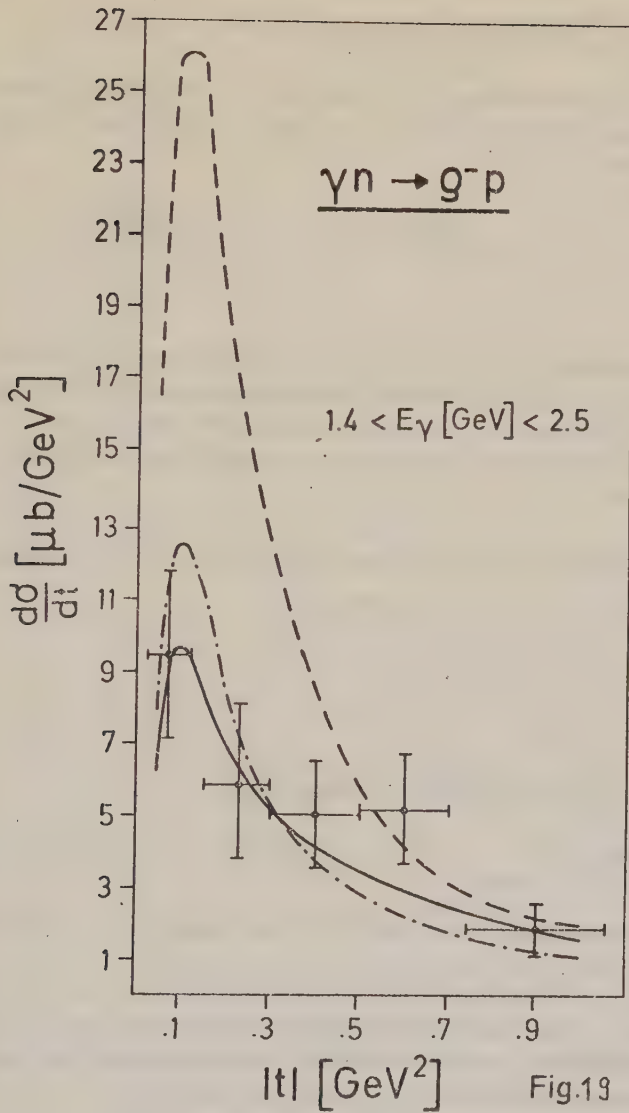
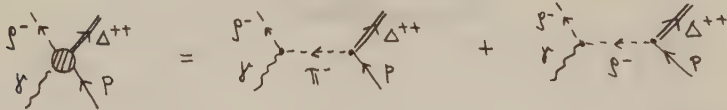


Fig.19

Fig.19 : Anteil des $\bar{\pi}^+\pi^-$ -Austauschs zum differentiellen W.Q. der Reaktion $\gamma n \rightarrow g^- p$
 Zur Bezeichnung der Kurven siehe Fig.12
 Die exp. Daten sind der Ref. [42] entnommen.

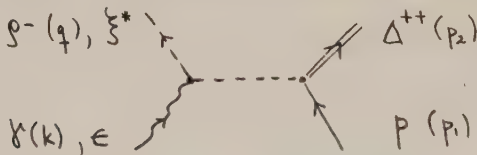
c.) $\gamma p \rightarrow p^- \Delta^{++}, \pi^-$ - und p^- - Austausch

Die für diesen Prozeß durchgeführte Analyse ist der für pN - Photo-
produktion analog. Auch hier werden nur die π^- - und p^- - Austausch-
graphen mitgenommen:



Der $\rho\gamma\gamma$ -Vertex enthält wiederum die elektromagnetischen Momente,
so daß insbesondere das Magnetmoment als Parameter auftritt. Die
gewonnenen Werte können dann mit denen aus der pN - Produktion
verglichen werden. Eine erstaunlicherweise gute Übereinstimmung
wird dabei erzielt.

Die Impuls- und Polarisationsvektoren-Definition ist die folgende



Die OPE-Amplitude schreibt sich folgendermaßen:

$$\Gamma^{\pi} = \frac{G^I g_{\pi\pi\rho}}{\mu(t-\mu^2)} \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} \epsilon^\alpha(k) k^\beta \xi^{*\gamma}(q) q^\delta \bar{\psi}_\mu(p_2) p_1^\mu u(p_1)$$

wobei die Isospinfaktoren in G^I der $\pi\Delta$ -Photoproduktion zu entnehmen
sind.

Wie Fig. 2o zeigt, kann die OPE-Kurve nach G.Wolf den totalen
W.Q. nicht beschreiben. Daher liegt die Vermutung nahe, daß noch
weitere Teilchenaustausche zur Amplitude beitragen.

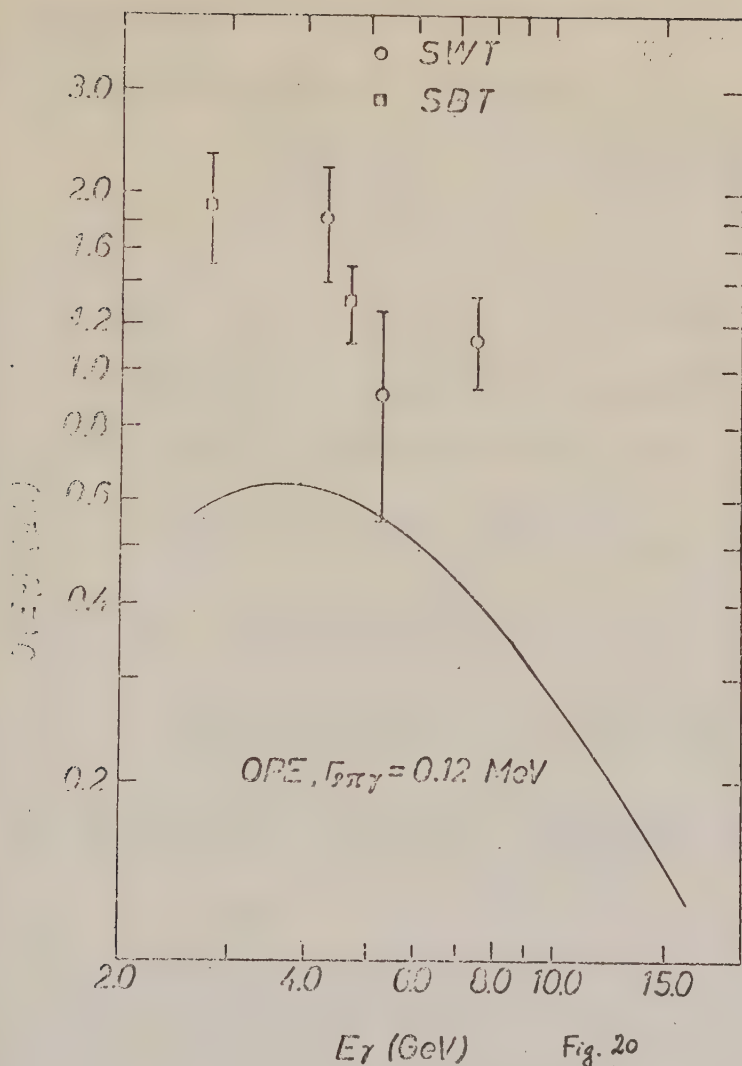
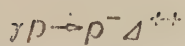


Fig. 20

Fig.20 : Anteil des π -Austauschs zum totalen W.Q. der Reaktion $\gamma p \rightarrow \rho^- \Delta^{++}$.
 Die OPE-Kurve stammt von G.Wolf.
 Die exp. Daten sind der Ref. [45] entnommen.

I. der ρ -Austausch

Die Amplitude des ρ -Austausches schreibt sich

$$T^S = \frac{i e_\rho f_\rho C_3^I}{\mu (t - m_\rho^2)} \left\{ T_{\mathcal{K}_1} + T_{\mathcal{K}_2} + T_{\mathcal{K}_3} \right\}$$

wobei $C_3^I = g_I C_3$

und

$$g_I = 1/\sqrt{2} \quad \text{für} \quad \delta_n \rightarrow \rho^- \Delta^+, \quad \delta_p \rightarrow \rho^+ \Delta^0$$

$$g_I = 1/\sqrt{2} \quad \text{für} \quad \delta_n \rightarrow \rho^+ \Delta^-, \quad \delta_p \rightarrow \rho^- \Delta^{++}$$

Die mit $\mathcal{K}_1$, $\mathcal{K}_2$ und $\mathcal{K}_3$ indizierten Terme haben folgende Form

$$T_{\mathcal{K}_1} = \mathcal{K}_1 (2\epsilon \cdot q) \left[(\bar{u} \cdot \Delta) \gamma^5 \xi^* - (\bar{u} \cdot \xi^*) \gamma^5 \Delta \right] u(p_1)$$

$$T_{\mathcal{K}_2} = \mathcal{K}_2 \left[(\xi^* \cdot k) (\bar{u} \cdot \Delta) \gamma^5 \not{\epsilon} - (\epsilon \cdot \xi^*) (\bar{u} \cdot \Delta) \gamma^5 k \right. \\ \left. - (\xi^* \cdot k) (\bar{u} \cdot \epsilon) \gamma^5 \Delta + (\epsilon \cdot \xi^*) (\bar{u} \cdot k) \gamma^5 \Delta \right] u(p_1)$$

$$T_{\mathcal{K}_3} = \frac{\mathcal{K}_3}{m_\rho^2} (2\epsilon \cdot q) (\xi^* \cdot k) \left[(\bar{u} \cdot \Delta) \gamma^5 k - (\bar{u} \cdot k) \gamma^5 \Delta \right] u(p_1)$$

wobei $\Delta = p_2 - p_1$ ist.

Dem $\mathcal{K}_3$ -Term liegt wiederum die Version der Ref. [33] zugrunde. Der $r_\mu r_\nu$ -Term im Vektorpropagator entfällt aufgrund der $\rho \Delta N$ -Vertexkonstruktion. Das übliche Argument mit der Diracgleichung ist hier wegen der unterschiedlichen Massen von Δ und N nicht anwendbar!

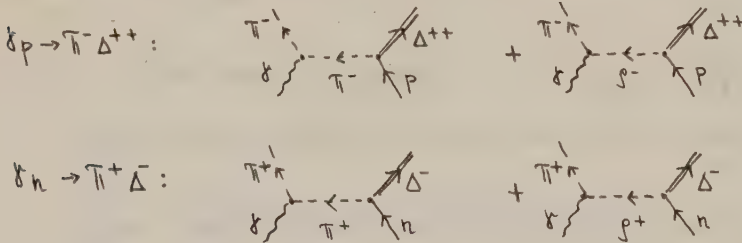
2. das relative Vorzeichen zwischen π^- - und p -Austausch.

Auch in diesem Prozeß interferieren die π^- - und p -Austauschamplituden erst nach der Absorption. Zur Bestimmung des Vorzeichens zwischen dem $p\Delta N$ - und $\pi\Delta N$ -Vertex muß das W.Q. Verhältnis

$$\frac{\delta p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}}{\delta n \rightarrow \pi^+ \Delta^-}$$

berechnet und mit dem experimentellen

Verhältnis verglichen werden: in Gegenüberstellung sind es folgende Graphen



Beim zweiten Prozeß tritt im Vergleich zum ersten nur eine Änderung des Vorzeichens vom $\pi^+ \pi^+ \delta$ -Vertex auf!

Die Fig. 21 zeigt die gerechnete Kurve (-----), superponiert ist zusätzlich das W.Q. Verhältnis (———)

$$\frac{\delta n \rightarrow \pi^- p}{\delta p \rightarrow \pi^+ n}$$

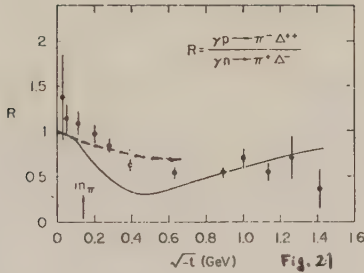


Fig.21 : Verhältnis R der differentiellen Wirkungsquerschnitte der Reaktionen $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$ und $\gamma n \rightarrow \pi^+ \Delta^-$. Interessant ist hier nur die Kurve (a)----'Born'. Die exp. Daten sind der Ref. [44] entnommen.

3. die Breitenkorrektur

In diesem Prozeß müssen sowohl g als auch Δ breitenkorrigiert werden. Die Verteilungsfunktion des Δ schreibt sich ebenfalls nach Ref. [35]:

$$f_{\Delta}(M^2) = \frac{\pi^{-1} m_{\Delta} \Gamma(M)}{(m_{\Delta}^2 - M^2)^2 + m_{\Delta}^2 \Gamma^2(M)}$$

wobei

$$\Gamma(M) = \Gamma(m_{\Delta}) \left(\frac{q(M)}{q(m_{\Delta})} \right)^{2l+1} \times \frac{g(M)}{g(m_{\Delta})}$$

mit

$$m_{\Delta} = 1.236 \text{ GeV}, \quad \Gamma(m_{\Delta}) = 116 \text{ MeV}$$

Der 3-Impulsbetrag ist q und der relative Bahndrehimpuls der p-Welle $l = 1$. Der Proton-Impuls $q(M)$ wird im π^+p -Ruhesystem berechnet. Die folgenden empirischen Breiten entstammen der Ref. [37]:

$$g(M) = [1.3 m_{\pi}^2 + q^2(M)]^{-1}$$

$$g(m_{\Delta}) = [1.3 m_{\pi}^2 + q^2(m_{\Delta})]^{-1}$$

Wegen des Auftretens zweier Resonanzen muß eine Doppel-Integration durchgeführt werden. Dieser erweiterte Formalismus der Breitenkorrektur geschieht in Analogie zur πN -Produktion. Eine zusätzliche Energiemittelung ist nicht notwendig, da die differentiellen W.Q.'s bei genau definierten E_{γ} -Energien gemessen wurden.

4. Resultate

Die mit π^- - und ρ^- -Austausch berechneten Kurven zeigen die Fig. 22, 23 und 24. Der totale W.Q. (Fig. 22) wird gut durch VDM beschrieben. Weitere vorläufige Daten sind [36] :

$$E_p = 4.7 \text{ GeV} \quad : \quad \sigma_{\Delta^{++}\rho^-} \approx 1.1 \mu\text{b}$$

$$E_p = 9.3 \text{ GeV} \quad : \quad \sigma_{\Delta^{++}\rho^-} \approx 0.6 \mu\text{b}$$

In Fig. 23 ($E_p = 4.7 \text{ GeV}$) liegen die vorläufigen Daten auf der VDM-Kurve dagegen in Fig. 24 für $E_p = 9.3 \text{ GeV}$ zwischen der VDM- und der Salam-Kurve. Die Dar-Absorption scheint demnach zu stark für höhere Energien zu sein. Aber auch hier können die Salam-Parameter die Daten nicht beschreiben. Weitere Aussagen über Magnet- und Quadrupolmomente unterliegen den gleichen Einschränkungen wie bei der ρN -Produktion. Lediglich die Quadrupolmomente sind gegenüber den Magnetmomenten zu vernachlässigen!

Abschließend muß nochmals auf die Tatsache hingewiesen werden, daß beide behandelte ρ^- - Photoproduktionsprozesse mit dem gleichen Parametersatz beschrieben werden können. Dies scheint die Glaubwürdigkeit des Dar-Modells zu bestätigen, insbesondere die hier gemachten Annahmen über die Dominanz der π^- - und ρ^- -Austausch-Graphen.

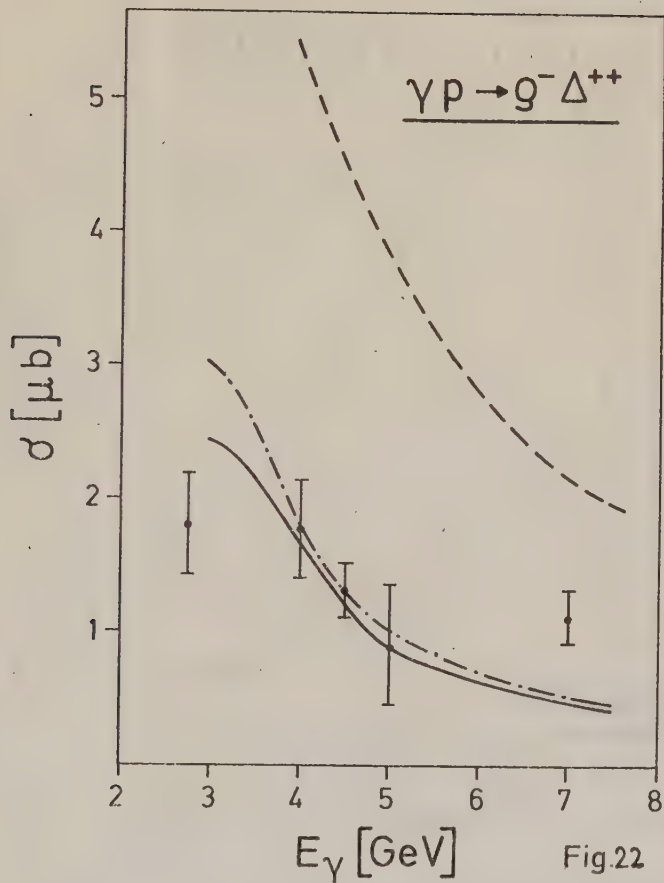


Fig.22

Fig.22 : Anteil des $\bar{n} + g^-$ -Austauschs zum totalen W.Q. der Reaktion $\gamma p \rightarrow g^- \Delta^{++}$. Die Kurven sind wie in Fig.18 angegeben. Die exp. Daten sind der Ref. [45] entnommen.

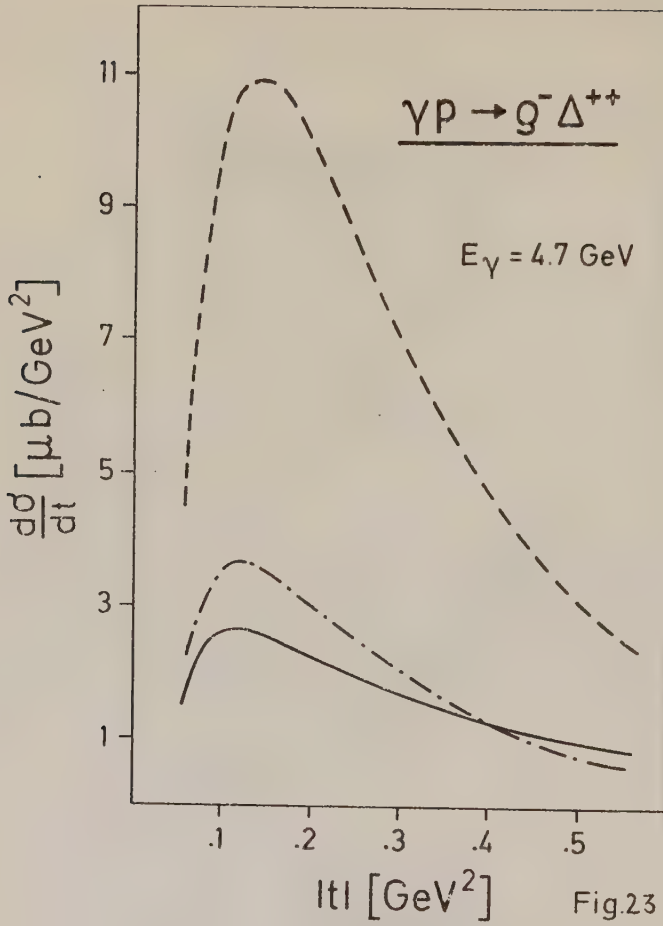


Fig.23 : Anteil des $\bar{u}s$ -Austauschs zum differentiellen W.Q. der Reaktion $\gamma p \rightarrow g^- \Delta^{++}$ für $E_\gamma = 4.7 \text{ GeV}$. Die Kurven sind wie in Fig.18 angegeben.

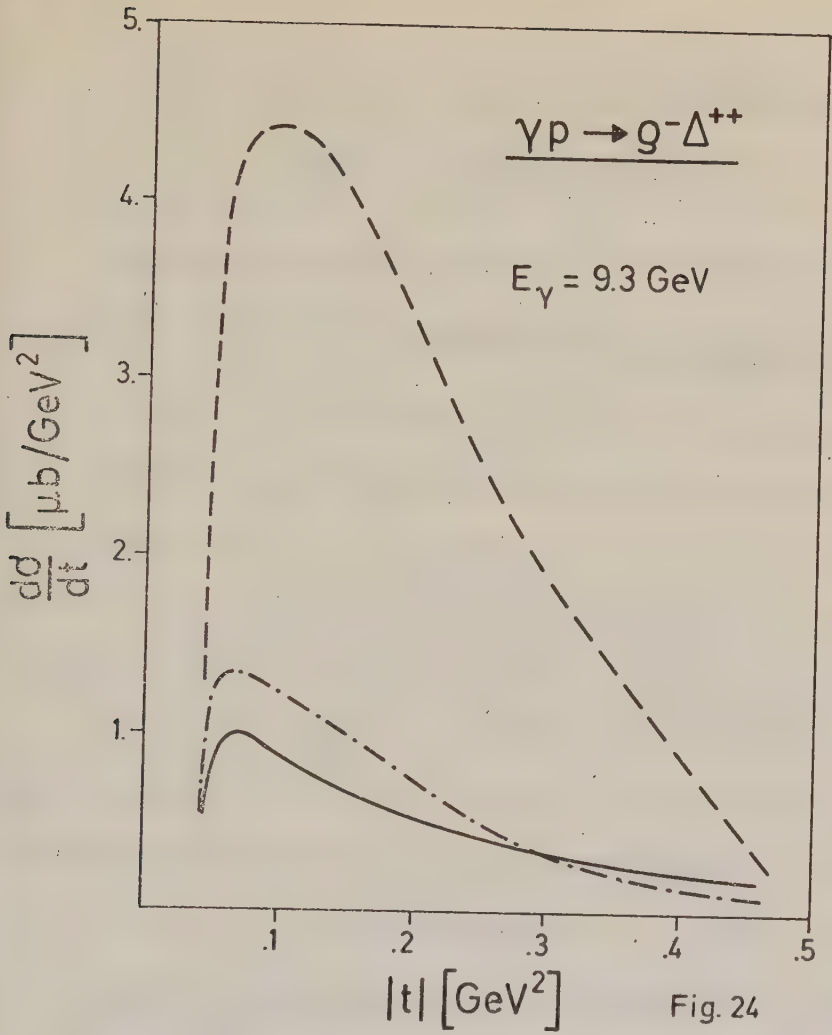


Fig. 24

Fig. 24 : Wie Fig. 23 für $E_\gamma = 9.3 \text{ GeV}$

Literaturverzeichnis

- [1] A.R. Erwin, R. March, W.P. Walker, E. West
Phys. Rev. Lett. 6, 628 (1961)
- [2] W.R. Frazer and J. Fulco, Phys. Rev. Lett. 2, 365 (1959)
- [3] J.J. Sakurai, Currents and Mesons, the University of Chicago
Press (1969), p. 53
- [4] N. Levy, M. Glück and S. Wagner, Phys. Rev. D 4, 874 (1971)
- [5] A. Dar, T.L. Watts and V.F. Weisskopf, Nucl. Phys. B 13, 477 (1969)
- [6] A. Dar and W. Tobocman, Phys. Rev. Lett. 12, 735 (1964)
A. Dar, Phys. Rev. Lett. 13, 91 (1964)
A. Dar, M. Kugler, Y. Dothan and S. Nussinov
Phys. Rev. Lett. 11, 265 (1964)
K. Gottfried and J.D. Jackson, Nuovo Cimento 34, 735 (1965)
L. Durand and Y.T. Chiu, Phys. Rev. 137B, 1530 (1965)
139B, 735 (1965)
M. Ross and G.L. Shaw, Phys. Rev. Lett. 12, 627 (1964)
- [7] N. Levy, W. Majerotto, B.J. Read, Nucl. Phys. B55, 493 (1973)
- [8] R. Worden, Nucl. Phys. B37, 253 (1972)
- [9] K. Schilling, DESY 66/9 (1966), G. Kramer and K. Schilling,
Z. Physik 191, 51 (1966)
- [10] J.A. Campbell, R.B. Clark and D. Horn, Phys. Rev. D2, 217 (1970)
- [11] H.H. Bingham et al., Phys. Rev. Lett. 25, 1223 (1970)
- [12] A.M. Boyarski et al., Phys. Rev. Lett. 22, 148 (1969)

- [13] H. Havari, in Proceedings of the International Symposium on Electron and Photon Interactions at High Energy, Liverpool, England, 1969, edited by D.W.Braben. (Daresbury Nuclear Physics Laboratory, Daresbury, Lancashire, England, 1970) p. 107
- [14] P. Stichel and M. Scholz, Nuovo Cimento 34, 1381 (1964)
- [15] P.K. Williams, Phys. Rev. 181, 1963 (1969)
L. Chan and P.K. Williams, Phys. Rev. 188, 2455 (1969)
P.K. Williams, Phys. Rev. D1, 1312 (1970)
- [16] P. Baillon et al., Phys. Lett. 35B, 453 (1971)
- [17] M. Glück , Phys. Rev. D9, 253 (1974)
- [18] Particle Data Group, Phys. Lett. 39B, 1 (1972)
- [19] K. Schilling, P. Seyboth, G. Wolf, Nucl. Phys. B15, 397 (1970)
B18, 332E(1970)
J. Ballam et al., Phys. Rev. D5, 545 (1972)
- [20] H. Primakoff, Phys. Rev. 81, 899 (1951)
- [21] M. Braunschweig et al., Phys. Lett. 26B, 405 (1968)
- [22] F.J. Gilman, Phys. Rev. 184, 1964 (1969)
- [23] Aachen-Bonn-Hamburg-Heidelberg-München Collaboration, Nucl. Phys. B21, 93 (1970)
- [24] S.M. Berman and S.D. Drell, Phys. Rev. 133, 791 (1964)
- [25] R.B. Clark, Phys. Rev. 187, 1993 (1969)

- [26] J.J. Sakurai and D. Schildknecht, Phys. Lett. 40B, 121 (1972)
41B, 489 (1972)
42B, 216 (1972)
- [27] C. Bernardini, Proc. 5th Intern. Symposium on Electron
and Photon Interactions at High Energies,
(Cornell University (1971))
- [28] R. Shtokhamer and P. Singer, Phys. Rev. D7, 790 (1973)
- [29] A. Salam, R. Delbourgo and J. Strathdee,
Proc. Roy. Soc. (London), 284A, 146 (1965)
- [30] M. Glück and S. Wagner, Phys. Rev. D3, 1669 (1971)
- [31] J.A. Young and S.A. Bludman, Phys. Rev. 131, 2326 (1963)
- [32] J. Schwinger, Particles, Sources and Fields
(Addison-Wesley, Reading, Mass., 1970), p.264
- [33] M. Glück, Phys. Rev. D5, 2014 (1972)
- [34] P.V. Collins, H. Kowalski, H. Römer and H.R. Rubinstein,
Phys. Lett. 44B, 183 (1973)
- [35] J.D. Jackson, Nuovo Cimento 34, 1644 (1964)
- [36] G. Wolf (Hamburg), persönliche Mitteilung
- [37] Gell-Mann and Watson, Ann. Rev. Nucl. Science 4, 219 (1954)
- [38] J. Ballam et al., Phys. Rev. D5, 545 (1972)
- [39] Aachen-Berlin-Bonn-Hamburg-Heidelberg-München Collaboration,
Phys. Rev. 175, 1669 (1968)

- [40] Y. Eisenberg et al., Phys. Rev. D5, 15 (1972)
- [41] P. Joos, Compilation of Photoproduction Data above 1.2 GeV,
DESY-Hera 70-1
- [42] F. Storim, DESY FI - 73/1, Interner Bericht
- [43] P. Benz et al., Nucl. Phys. B79, 10 (1974)
- [44] A. Boyarski et al., Phys. Rev. Lett. 21, 1767 (1968)
- [45] SLAC-BERKELEY-TUFTS Collaboration, Phys. Rev. Lett. 24, 1364 (1970)
SLAC-WEIZMANN-TEL AVIV Collaboration
Phys. Rev. Lett. 26, 995 (1971)
- [46] M. Jacob and G.C. Wick, Annals of Physics 7, 404 (1959)
- [47] A. C. Hearn and S.D. Drell, Peripheral Processes in
Burhop (ed.), High Energy Physics vol II (1967),
Academic Press
- [48] N.J. Sopkovich, Nuovo Cimento 26, 186 (1962b)
- [49] N. Levy, persönliche Mitteilung
- [50] A. Salam, persönliche Mitteilung
- [51] G. Wolf, Phys. Rev. 182, 1538 (1969)

A N H Ä N G E

ANHANG I

zu Kapitel I

Differentieller Wirkungsquerschnitt einer 2-Teilchen-Reaktion

$$\frac{d\sigma}{dt} = \frac{1}{64 s k^2} \frac{1}{(2s_a+1)(2s_b+1)} \sum_{\{\lambda\}} |\langle \lambda_c \lambda_d | M | \lambda_a \lambda_b \rangle|^2$$

Partialwellenentwicklung des Matrixelements M nach Jacob und Wick [46]

$$\langle \lambda_c \lambda_d | M | \lambda_a \lambda_b \rangle = \sum_j (2j+1) \langle \lambda_c \lambda_d | M^j | \lambda_a \lambda_b \rangle d_{\mu\nu}^j(\cos\theta)$$

wobei $d_{\mu\nu}^j(\cos\theta)$ Rotationsfunktionen sind $\begin{cases} \mu = \lambda_a - \lambda_b \\ \nu = \lambda_c - \lambda_d \end{cases}$

Man schreibt im Absorptions-Modell

$$M_{[\lambda]}^j \equiv \langle \lambda_c \lambda_d | M^j | \lambda_a \lambda_b \rangle = \eta^j B_{[\lambda]}^j$$

wobei $B_{[\lambda]}^j$ der Bornausdruck der j-ten Partialwelle zum Matrixelement des Helizitätszustands $[\lambda]$ ist und $M_{[\lambda]}^j$ das "absorbierte" Matrixelement. Die Born-Näherung berechnet sich auf der Grundlage eines oder mehrerer ausgetauschter Teilchen.

Der Dämpfungskoeffizient schreibt sich bei Dar [5]

$$\eta_i = \frac{1}{1 + \exp \left[\frac{R - j/\sqrt{k k'}}{d} \right]}$$

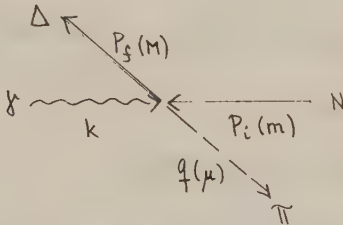
k, k' sind dabei die Impulse der ein- und auslaufenden Teilchen im c.m. System; $R(s)$ und $d(s)$ sind Funktionen von s .

ANHANG II

zu Kapitel II, über Kinematik, Wellenfunktionen und Isospinfaktoren

Die Notation ist wie in Bjorken/Drell I, Relativistische Quanten-
mechanik, Anhang S. 298. (BI, 1966)

a.) Reaktion $\gamma p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$
Impulse (Massen) der Teilchen:



Das Nukleon wird durch Dirac Spinoren $u(p_i, \lambda)$ beschrieben.

Für $p_i^\mu = (E_i, 0, 0, k_0)$ wird

$$\underline{u(\lambda)}: \quad u(-\frac{1}{2}) = \left(\sqrt{2m(E_i+m)} \right)^{-1} \begin{pmatrix} E_i+m \\ 0 \\ -k_0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$u(\frac{1}{2}) = \left(\sqrt{2m(E_i+m)} \right)^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ E_i+m \\ 0 \\ k_0 \end{pmatrix}$$

(siehe auch: Gasiorowicz, Elementary Particle Physics
Wiley (1967), P. 462

Ein Spin 3/2 Teilchen der Masse M und Impuls p_f wird durch
den Rarita-Schwinger Vektor-Spinor $\psi_\mu(p_f)$ (Wellenfunktion des Δ)
beschrieben.

Sind $\xi^{(\lambda)}(p_f)$: die Vektormeson Wellenfunktion und

$U(p_f, \lambda)$: die Dirac-Wellenfunktion (Spinor)

mit Helizitäten λ und Massen M , so schreiben sich die $\psi_\mu(p_f)$

$$(\bar{\psi}_\mu = \xi_\mu^* \bar{U})$$

$$\psi_\mu^{(3/2)}(p_f) = \xi_\mu^{(1)}(p_f) U(p_f, 1/2)$$

$$\psi_\mu^{(1/2)}(p_f) = 1/\sqrt{3} \xi_\mu^{(1)}(p_f) U(p_f, -1/2) + \sqrt{2/3} \xi_\mu^{(0)}(p_f) U(p_f, 1/2)$$

$$\psi_\mu^{(-1/2)}(p_f) = 1/\sqrt{3} \xi_\mu^{(-1)}(p_f) U(p_f, 1/2) + \sqrt{2/3} \xi_\mu^{(0)}(p_f) U(p_f, -1/2)$$

$$\psi_\mu^{(-3/2)}(p_f) = \xi_\mu^{(-1)}(p_f) U(p_f, -1/2)$$

ferner $\bar{U}(\lambda)$:

$$\bar{U}(1/2) = \left(\sqrt{2M(E_2 + M)} \right)^{-1} \cdot \left(-(E_2 + M) \sin \theta/2, (E_2 + M) \cos \theta/2, |\vec{q}| \sin \theta/2, -|\vec{q}| \cos \theta/2 \right)$$

$$\bar{U}(-1/2) = \left(\sqrt{2M(E_2 + M)} \right)^{-1} \cdot \left((E_2 + M) \cos \theta/2, (E_2 + M) \sin \theta/2, |\vec{q}| \cos \theta/2, |\vec{q}| \sin \theta/2 \right)$$

$$\xi_\mu^*(\lambda_f) = -\frac{\lambda_f}{\sqrt{2}} \left(0, -\cos \theta, -i \lambda_f, \sin \theta \right)$$

$$\xi_\mu(0) = -\frac{1}{M} \left(|\vec{q}|, -E_2 \sin \theta, 0, -E_2 \cos \theta \right)$$

Isospinfaktoren für $\Delta\pi N$ -Vertex

Multipliziere G mit g_I :

$$\Gamma_{\Delta^{++} \pi^+ p} = G \bar{\psi}_\mu p_i^\mu U$$

$$G^I = g_I \cdot G$$

wobei

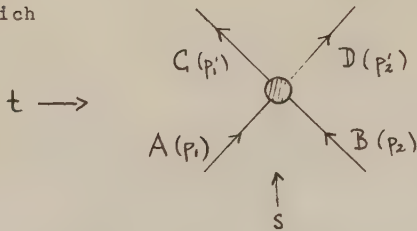
$$g_I = 1 \quad \text{für} \quad \delta_n \rightarrow \pi^+ \Delta^-, \quad \delta_p \rightarrow \pi^- \Delta^{++}$$

$$g_I = 1/\sqrt{3} \quad \text{für} \quad \delta_p \rightarrow \pi^+ \Delta^0, \quad \delta_n \rightarrow \pi^- \Delta^+$$

Für einen allgemeinen Zweiteilchenprozeß



bildlich



werden die Mandelstam - Variablen durch die 4-dim.
Impulse p_i ausgedrückt:

$$s = (p_1 + p_2)^2 = (p_1' + p_2')^2$$

$$t = (p_1' - p_1)^2 = (p_2 - p_2')^2$$

$$u = (p_2' - p_1)^2 = (p_2 - p_1')^2$$

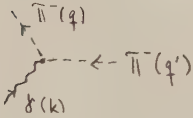
(siehe z.B. P.Roman, Introduction to Quantum Field Theory,
(Wiley, 1969, p. 621))

ANHANG III

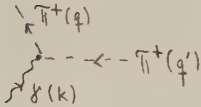
Vertizes und Propagatoren für Feynmandiagramme

A. Vertizes

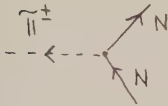
(man muß sich δ -Funktionen der Energie- und Impulserhaltung noch überall dazugesetzt denken!)



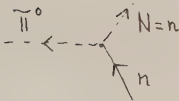
$$i |e| (q + q')^\mu$$



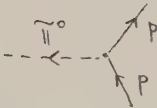
$$-i |e| (q + q')^\mu$$



$$\sqrt{2} g \gamma_5$$



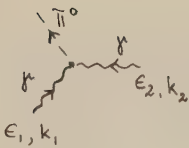
$$-g \gamma_5$$



$$g \gamma_5$$

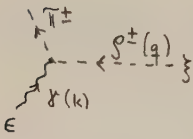


$$-i |e| \gamma^\mu$$

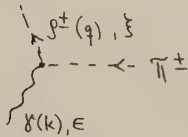


$$-i g_{\pi\pi\gamma} \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} \epsilon_1^\alpha(k_1) k_1^\beta \epsilon_2^\gamma(k_2) (-k_2)^\delta$$

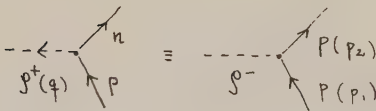
$$(g_{\pi\pi\gamma} = g_{5\pi\gamma}/\mu)$$



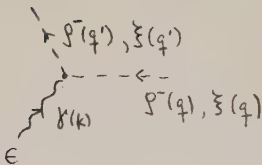
$$-i \frac{g_{5\pi\gamma}}{\mu} \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} \epsilon^\alpha(k) k^\beta \xi^\gamma(q) (-q)^\delta$$



$$-i \frac{g_{5\pi\gamma}}{\mu} \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} \epsilon^\alpha(k) k^\beta \xi^\gamma(q) q^\delta$$



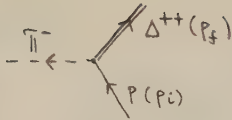
$$-i g_{NN} \xi^\nu(q) \bar{U}(p_2) \left\{ g_1 (p_1 + p_2)_\nu + g_2 \gamma_\nu \right\} U(p_1)$$



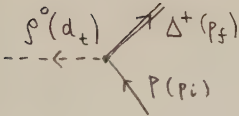
$$-i |e| \epsilon_\mu(k) \xi_\mu^*(q') \left\{ \mathcal{H}_1 2 q'^\mu \gamma^{\alpha\beta} + \mathcal{H}_2 (k^\alpha q'^\beta - k^\beta q'^\alpha) + \underbrace{\frac{\mathcal{H}_3}{m_\pi^2} 2 q'^\mu k^\alpha k^\beta}_{=: X} \right\} \xi_\mu(q)$$

oder für $\mathcal{H}_3$ -Term (Phys. Rev. D vol 5, no. 8 (1972) 2014)

$$X := \frac{\mathcal{H}_3}{2 m_\pi^2} (q + q')_\mu \left\{ \hat{n}^\alpha k^\alpha k^\beta \epsilon^\mu - k^\alpha k^\mu \epsilon^\beta - k^\beta k^\mu \epsilon^\alpha \right\}$$

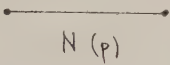


$$\Gamma_{\Delta^{++}\pi^-p} = G \bar{\psi}_\mu(p_f) p_i^\mu U(p_i)$$

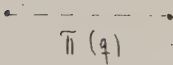


$$\Gamma_{\Delta^+\rho^0p} = -i f_\rho \bar{\psi}_\mu(p_f) \gamma^5 \left\{ \frac{G_3}{\mu} (d_t^\mu \gamma^\mu - \not{d}_t g^{\mu\mu}) \right\} \xi_\mu(d_t) U(p_i)$$

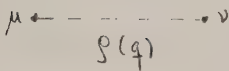
B. Propagatoren:



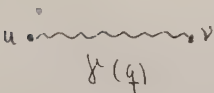
$$\frac{i}{p - m} = \frac{i(p + m)}{p^2 - m^2}$$



$$\frac{i}{q^2 - \mu^2}$$



$$\frac{-i (g_{\mu\nu} - q_\mu q_\nu / m_\rho^2)}{q^2 - m_\rho^2}$$



$$\frac{-i j_{\mu\nu}}{q^2}$$

ANHANG IV

Kopplungskonstanten und Massen

$$g = 13.6$$

$$e = .303$$

$$\mu^\pm = .139 \text{ GeV}$$

$$m_\rho = .77 \text{ GeV}$$

$$m_N = .938 \text{ GeV}$$

$$m_\Delta = 1.236 \text{ GeV}$$

$$G^2 = 4\pi \times 18.9 \text{ GeV}^{-2}$$

$$g_{\rho\pi\pi}^2 = 4\pi \times \frac{0.02}{137} \times \frac{.85}{1.26}$$

$$g_{N\rho N} = -\frac{1}{12} f_\rho, \quad f_\rho = 5.73, \quad g_{N\rho N} = -4.06 \quad \left(\frac{f_\rho^2}{4\pi} = 2.6 \right)$$

$$g_1 = -1.97 \text{ GeV}^{-1} \quad (= -3.7/2m_N)$$

$$g_2 = 4.7$$

$$\mathcal{H}_1 = 1, \quad \mathcal{H}_2 \text{ positiv}, \quad \mathcal{H}_3 \text{ negativ},$$

$$C_3 = .29$$

Eine wertvolle Zusammenstellung aller Kopplungskonstanten sowie weitere nützliche Relationen gibt

H. Pilkuhn et al., Nucl. Phys. B65, 460 (1973)

"Compilation of Coupling Constants and Low-Energy Parameters"

ANHANG V

"Ableitung" der Absorptionsamplitude nach Hearn/Drell [47]

Im sogenannten peripheren Modell dominieren die langreichweitigsten Kräfte, d.h. der $\bar{\eta}$ -Austausch. Das Pion ist das leichteste der Hadronen. Eine natürliche Weise Absorption in das periphere Modell einzuführen, besteht in einer Ausweitung der DWBA (distorted wave Born approximation) [48]. Definiert man die Streumatrix

$$S_{if} = \langle f|i \rangle + i (2\pi)^4 \delta^4(p_i - p_f) T_{if}$$

dann werden die Elemente der T -Matrix

$$T_{fi}^{\ell} = \exp(i\delta_f^{\ell}) B_{fi}^{\ell} \exp(i\delta_i^{\ell})$$

wobei δ_i^{ℓ} und δ_f^{ℓ} die komplexen Anfangs- und Endstreuphasen und B_{fi}^{ℓ} die Partialwellen-Amplitude für den nicht modifizierten Einteilchenaustausch sind. Der Erfolg dieser Vorschrift in der Beschreibung pseudoskalarer Austauschprozesse ist unangefochten, während die theoretische Rechtfertigung eigentlich noch fehlt. Um die Ableitung der obigen Formel zu verstehen, gibt man einfach die potential-theoretische Ableitung nach Gottfried/Jackson [6] und zwar in der Stoßparameter-Darstellung an.

In der DWBA wird die Übergangsamplitude durch das Matrixelement

$$T_{fi} = \langle \psi_f^{(-)} | V | \psi_i^{(+)} \rangle \quad \text{approximiert}$$

wo das Wechselwirkungspotential welches den Übergang veranlaßt, klein genug ist, um als eine Störung behandelt zu werden. Die Wellenfunktion des Systems im Anfangszustand ist $\psi_i^{(+)}$. Sie stellt eine einlaufende Welle für ein Teilchen dar, welches sich durch ein komplexes Potential $U^{(+)}$ bewegt. Die analoge Wellenfunktion im Endzustand $\psi_f^{(-)}$ stellt eine auslaufende Welle herauskommend aus dem Potential $U^{(-)}$ dar. Man arbeitet in allen Ordnungen von $U^{(\pm)}$, der optischen Potentiale der ein- und auslaufenden Zustände, und in 1. Ordnung der Störung V .

Da man sich bei hohen Energien und kleinen Impulsübertragungen befindet, ist es angemessen, die Glauber-Approximation für die Wellenfunktion zu benutzen. Dies ergibt für $\psi^\pm$

$$\psi^\pm_{\vec{q}_\pm}(\vec{b}, z) \simeq \exp[i\vec{q}_\pm \cdot \vec{x}] \exp\left[\frac{-i}{v_\pm} \int_{-\infty}^z U^{(\pm)}(\vec{b} + \hat{y} z') dz'\right]$$

wobei $v_\pm$: Relativgeschwindigkeit der Teilchen im gegebenen Zustand

$\vec{q}_\pm$: Anfangs- und End-3-Impulse

$$\vec{k} = \vec{q}_+ + \vec{q}_-$$

Der Stoßparameter $\vec{b}$ ist senkrecht zu $\vec{k}$ und $\vec{r} = \vec{b} + \hat{y} z$

In dieser Näherung wird der Ausdruck für die Streuamplitude

$$T_{fi} \simeq \int d^2b \int_{-\infty}^{\infty} dz \exp[i\Delta \cdot \vec{b}] V(\vec{b} + \hat{y} z) \\ \times \exp\left\{\frac{-i}{v_-} \int_z^{\infty} U^{(-)}(\vec{b} + \hat{y} z') dz'\right\} \exp\left\{\frac{-i}{v_+} \int_{-\infty}^z U^{(+)}(\vec{b} + \hat{y} z'') dz''\right\}$$

Um mit dieser Gleichung besser umgehen zu können, macht man weitere Annahmen über $U^{(\pm)}$. Die einfachste ist, daß die elastischen Wechselwirkungen im Eingangs- und Ausgangskanal dieselben sind, d.h. $U^{(+)} = U^{(-)} = U$ und $v_+ = v_- = v$

$$\rightarrow T_{fi} = 2\pi \int_0^\infty J_0(\Delta b) \exp[2i\delta(b)] B(b) b db$$

wobei $2\delta(b) = -\frac{1}{v} \int_{-\infty}^{\infty} U(\vec{b} + \hat{y} z) dz$ die Phase eines Wellenpakets ist, welches sich durch ein Potential U bei einem Stoßparameter $\vec{b}$ bewegt.

$$B(b) = \int_{-\infty}^{\infty} V(\vec{b} + \hat{y} z) dz$$

ist die nicht modifizierte

Born-Approximation für die Amplitude.

Dar und Tobocman [6] schreiben die Stoßparameter-Darstellung

$$T_{fi} = \int_0^{\infty} b db T(k, b) J_0(\Delta b)$$

(wobei k : 3-Impulsbetrag
 $kb = l + 1/2$, $\Delta = \sqrt{E}$)

welche man erhält, wenn man von der Partialwellen-Entwicklung der

Streuamplitude $T_{fi} = \sum_{l=0}^{\infty} (l+1/2) T_l(k) P_l(\cos \theta)$

ausgeht und die Partialwellensumme durch ein Integral ersetzt, da bei hohen Energien und kleinen Streuwinkeln eine große Anzahl von Partialwellen beitragen.

Vergleicht man $T_{fi} = 2\pi \int_0^{\infty} J_0(\Delta b) \exp[2i\delta(b)] B(b) b db$

mit $T_{fi} = \int_0^{\infty} b db T(k, b) J_0(\Delta b)$

dann ergibt sich (bis auf einen Faktor von 2π) die DWBA

$$T(b) = e^{2i\delta(b)} B(b)$$

Daraus folgt das Dar'sche Modell, wenn man setzt

$$e^{i\delta(b)} = \begin{cases} 0 & \text{für } b < R \\ 1 & \text{für } b > R \end{cases}$$

Wird der Spin in $T_{fi}^l = e^{i\delta_f^l} B_{fi}^l e^{i\delta_i^l}$ berücksichtigt, dann kommt man mit dem Helizitätsformalismus nach Jacob/Wick [46] auf

$$\langle \lambda'_{\mu'} | T^l | \lambda_{\mu} \rangle = \exp(i\delta_f^l) \langle \lambda'_{\mu'} | B^l | \lambda_{\mu} \rangle \exp(i\delta_i^l)$$

wobei λ_{μ} , $\lambda'_{\mu'}$ die Helizitäten der ein- und auslaufenden Teilchen sind. Um $T(b) = e^{2i\delta(b)} B(b)$ zu benutzen, muß eine weitere Approximation für die Streuphase $\delta(b)$ gemacht werden.

Nimmt man an, daß bei hohen Energien der elastische Streuquerschnitt fast imaginär ist und daß die experimentelle Winkelverteilung gut durch eine Gauss-Kurve $T_{el} = i (\sigma_T \cdot q / 4\pi) \exp[-1/2 A \Delta^2]$ beschrieben wird, wobei

σ_T : totaler Wirkungsquerschnitt

q : c.m. Impuls

A : schwach veränderliche Funktion der Energie

dann folgt $\exp[2i\delta(b)] = 1 - C \exp[-b^2/2A]$

mit $C = \sigma_T / 4\pi A$

wobei $C \leq 1$, da für imaginäres δ , $\exp[2i\delta(b)] \gg 0$

Teil 2

Das Magnetmoment des ρ -Mesons in Lagrange-Theorien
und der Stromalgebra

Einleitung

Im 1. Teil der Arbeit wurde gezeigt, daß die Vektormeson-Dominanz-Theorie zur Beschreibung der ρ -Photoproduktion die besten Ergebnisse liefert. Die Idee der Vektormesondominanz, d.h. die Gültigkeit der Strom-Feld-Identität [3], wird in der effektiven Lagrange-Theorie und der Stromalgebra benutzt. In diesem 2. Teil werden diese beiden Theorien näher untersucht. In beiden Theorien in ihrer allgemeinen Form läßt sich bei Berücksichtigung schwererer Vektormesonen der Wert des ρ -Magnetmoments nicht bestimmen. Erst ein spezielles Modell im Rahmen der Stromalgebra [8] gestattet die Aussage, daß das Magnetmoment des ρ -Mesons stets kleiner als 2 sein muß. In der verallgemeinerten Lagrange-Theorie [4] kann eine solche Abschätzung für das Magnetmoment nicht gegeben werden. Dies wird von anderen Autoren als eine Diskrepanz zwischen der effektiven Lagrange-Theorie und der sogenannten "hard-pion"-Technik der Stromalgebra bezeichnet. Erst in einem speziellen Modell der Stromalgebra können weitergehende Aussagen als in der Lagrange-Theorie gemacht werden. Bei Verallgemeinerung dieses speziellen Modells [13] lassen sich dann auch keine weitergehenden Aussagen machen, als sie die Lagrange-Theorie liefert. Es wird in dieser Arbeit aber gezeigt, daß auch eine solche Verallgemeinerung keine anderen Aussagen wie die Stromalgebra liefert.

Die 7 Kapitel dieses 2. Teils behandeln folgende Themen: Kapitel I, II, IV und V beschreiben existierende Vektormeson-Dominanz-Theorien. Kapitel III erweitert die verallgemeinerte Lagrange-Theorie. Kapitel VI behandelt die Strommatrix-Konstruktion der verallgemeinerten Lagrange-Theorie. Kapitel VII gibt Untersuchungen zu den zuvor beschriebenen Theorien wieder und zeigt, daß eine sogenannte Verallgemeinerung der Nutbrown-Darstellung keine neuen Resultate liefert.

Im Anhang wird der Zusammenhang des $\rho\pi\pi$ -Vertex mit der 3-Punkt Funktion angegeben.

Die folgende Zusammenfassung skizziert die wichtigsten in den einzelnen Kapiteln untersuchten Themenkreise.

Zusammenfassung

Kapitel I : beschreibt die effektive Lagrange-Formulierung nach Kroll, Lee und Zumino [2]. Die Wechselwirkung des Photons mit Hadronen geschieht über das neutrale ϱ -Meson als Zwischenteilchen. Mit der Lagrange-Funktion darf nur in niedrigster Ordnung der Störungsrechnung gerechnet werden. Die Einführung der elektromagnetischen Wechselwirkung geschieht durch Ersetzung des neutralen ϱ -Mesons:

$$\varrho_\mu^0 \rightarrow \varrho_\mu^0 + e/g A_\mu$$

wobei A_μ als elektromagnetisches Potential.

Diese Vorschrift gilt außer für den Massenterm für alle Terme der Lagrange-Funktion. Der $\varrho\varrho\gamma$ -Vertex liefert dann das Magnetmoment des ϱ -Mesons.

Kapitel II : beschreibt die Verallgemeinerung der Idee aus Kapitel I und zwar nach M. Glück [4] für den Fall zweier Arten von ϱ -Mesonen. Für einen bestimmten Mischungsterm der beiden verschiedenen Mesonen konnten dabei Magnetmomente > 2 für das leichtere der beiden Mesonen abgeschätzt werden. Dies steht im Widerspruch zu Untersuchungen im Rahmen der Stromalgebra nach Shtokhamer und Singer. Der Mischungsterm ist nämlich noch mit einem Faktor als freiem Parameter versehen. Eine andere Realisierung des Mischungsterms führte aber nicht zu dem obigen Ergebnis. Diese Untersuchungen von Glück sind für den vereinfachten Fall durchgeführt worden, bei dem beide Mesonen die gleichen nichtrenormierten Massen und Kopplungskonstanten besitzen.

Kapitel III : zeigt die Verallgemeinerung des Glück'schen Ansatzes für unterschiedliche Massen. Jetzt liefert auch der 2. Mischungsterm Resultate, die im Widerspruch zur Stromalgebra stehen. Die Lagrange-Funktion mit dem anderen Mischungsterm läßt sich aber nicht für unterschiedliche Mesonenmassen verallgemeinern.

Kapitel IV : beschreibt dann, wie Glück [7] gezeigt hat, daß die einfachere Verallgemeinerung für unterschiedliche Kopplungskonstanten die gleichen Resultate wie in Kapitel III beschrieben liefert. Außerdem hat Glück angegeben, wie sich die Strom-Feld-Identität in den physikalischen Feldern ausdrückt.

Man kann dann aber mit Hilfe der Strom-Feld-Identität zeigen, daß die beschriebenen Fälle gleicher Massen und Kopplungskonstanten der Mesonen zu der unphysikalischen Aussage führen, daß nur eine Sorte von Mesonen an den elektromagnetischen Strom koppelt.

Kapitel V : beschreibt die Vektor-Dominanz-Formulierung der Stromalgebra. Während in der Lagrange-Formulierung die höheren Vektormesonen einfach aufaddiert werden, sind in der Stromalgebra die höheren Vektormesonen als Kontinuumsbeiträge ihres Propagators anzusehen. Da in der Lagrange-Theorie der Wechselwirkungsparameter unbestimmt bleibt, kann die allgemeine Stromalgebra das Magnetmoment des ϱ -Mesons nur bis auf eine unbekannte Funktion bestimmen. Vermutungen von Shtokhamer und Singer [6] besagen aber, daß bei Berücksichtigung schwererer Vektormesonen das Magnetmoment kleiner als 2 wird. Diese Vermutung wird durch die spezielle Darstellung der 3-Punkt Funktion nach Nutbrown [8] bestätigt.

itel VI : zeigt wie ausgehend von der effektiven Lagrange-Funktion die 3-Punkt Funktion und damit das elektromagnetische Strommatrixelement für das ρ -Meson konstruiert wird. Damit ist ein exakter Vergleich mit der 3-Punkt Funktion der Stromalgebra möglich. Der Wechselwirkungsparameter geht aber wiederum in die Endformel für das Magnetmoment ein. Dadurch werden Aussagen bezüglich des Magnetmoments wiederum unbestimmt.

itel VII : befaßt sich schließlich kritisch mit den unterschiedlichen Aussagen der Stromalgebra und der Lagrange-Theorie. Um die elektromagnetischen Momente aus Nutbrown's Darstellung zu extrahieren, vergleichen Shtokhamer und Singer ihre 3-Spektraldarstellung direkt mit der 2-Spektraldarstellung nach Nutbrown, was mathematisch allgemein nicht möglich ist. Ferner müßte man wie in Kapitel V erwähnt, beim Vergleich zuvor erst 14 Bestimmungsgleichungen lösen. Trotzdem sind die Ergebnisse von Shtokhamer und Singer aber richtig! Die Schwierigkeiten beim Vergleich unterschiedlicher Integraldarstellungen können aber dadurch umgangen werden, daß man mit Hilfe der Reduktionsformel direkt aus Nutbrown's Darstellung die elektromagnetischen Momente gewinnt.

Hingewiesen wird dann an späterer Stelle in Kap. VII, daß sowohl Stromalgebra als auch Lagrange-Theorie folgenden Prinzipien genügen

- a.) $SU(2)$ -Symmetrie
- b.) "crossing"-Eigenschaften
- c.) Ward-Identitäten

Um die Nutbrown-Darstellung direkt mit der Shtokhamer/Singer-Darstellung vergleichen zu können, müßte man sie zu einer 3-Spektral-Darstellung erweitern, wodurch aufgrund der größeren Allgemeinheit aber auch die Aussage über das Magnetmoment unbestimmter werden könnte. Die Nutbrown-Darstellung scheint sich aber nicht auf 3-Spektralfunktionen erweitern zu lassen!

M. Glück hat nun in einer neueren Arbeit [13] eine Verallgemeinerung derart vorgenommen, daß er die Darstellung als Summe einer Darstellung mit nur einer Spektralfunktion und einer Darstellung mit 2 Spektralfunktionen schreibt. Beide Darstellungen sind dabei jeweils noch mit einer unbekannten Funktion versehen. Damit die Gesamtdarstellung den Ward-Identitäten genügt, sind beide Funktionen durch eine Integralbedingung miteinander verknüpft. Diese Einführung zusätzlicher willkürlicher Funktionen führt dann wie in der Lagrange-Theorie zu einem unbestimmten Magnetmoment.

Natürlicher ergibt sich die Integralbedingung aus der Ladungsnormierung! Da die Darstellung keine Quadrupolbeiträge enthält, sind Aussagen über die unbekannten Funktionen mit Hilfe dieser Terme nicht möglich. Weiterhin ist zu bemerken, daß beide unbekannte Funktionen zu einer symmetrischen Funktion zusammengefaßt werden können. Die einfachsten separablen Ansätze für diese Funktion führen auf den ursprünglichen Nutbrownschen Ansatz zurück. Weiterhin gilt natürlich die Integralbedingung. Approximiert man dann wie im Lagrange-Fall die Spektralfunktion durch nur 2 Sorten von Vektormesonen, dann kann man zeigen, daß sich das Nutbrown-Ergebnis reproduziert, d.h. das Magnetmoment des ρ -Mesons wird kleiner als 2!

1. Vektormeson-Dominanz in der Lagrange-Formulierung

nach Kroll, Lee und Zumino.

Im üblichen heuristischen Bild der Vektormeson-Dominanz wechselwirkt das Photon mit Hadronen über das intermediäre ρ -Meson, bildlich also:



Die Lagrange-Formulierung dieser Idee stammt von den Autoren der Ref [1]. In einer nachfolgenden Arbeit [2] wurde die Strom-Feld-Identität (der e.m. Strom ist proportional dem neutralen Vektorfeld) benutzt, um die allgemeine Struktur des hadronischen Anteils zur gesamten Lagrangefunktion herzuleiten. Weiterhin wurde die explizite Form des e.m. (elektro-magnetischen) Wechselwirkung (W.W.) bestimmt. Den Ausgangspunkt bildet die Lagrange-Funktion.

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}(\dot{\vec{S}}_\mu) + \mathcal{L}(\dot{\vec{A}}_\mu) - g_0 \dot{\vec{S}}_\mu j_\mu - e_0 \dot{\vec{A}}_\mu j_\mu + \text{Terme ohne } \vec{S}^0 \text{ und } \dot{\vec{A}}^0 (*)$$

Alle Größen sind hierbei nicht renormiert.

j_μ ist der erhaltene hadronische Strom

$$\mathcal{L}(\dot{\vec{S}}_\mu) = -\frac{1}{4} (\dot{\vec{G}}_{\mu\nu})^2 - \frac{1}{2} (m_\rho^2)^2 (\dot{\vec{S}}_\mu)^2$$

$$\mathcal{L}(\dot{\vec{A}}_\mu) = -\frac{1}{4} (\dot{\vec{F}}_{\mu\nu})^2$$

wobei

$$\vec{G}_{\mu\nu} = \partial_\mu \vec{S}_\nu - \partial_\nu \vec{S}_\mu, \quad \vec{F}_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$$

ferner sind:

$\vec{S}_\mu$	das ρ -Feld
A_μ	das e.m. Potential
g_0	die Kopplungskonstante des ρ -Mesons
m_ρ	die Masse des ρ -Mesons
und e_0	die e.m. Kopplungskonstante.

*) d.h. $\mathcal{L}_m(\psi, \partial_\nu \psi)$, wobei ψ für andere Materiefelder steht.

Die β -Wechselwirkung renormiert man dann durch eine formale Änderung der Feld-Variablen, nicht aber die e.m. Wechselwirkung. Das renormierte β -Feld ist definiert durch

$$S_\mu = Z^{-1/2} \hat{S}_\mu$$

wobei Z die Wellenfunktion-Renormierungskonstante ist.

Die Lagrange-Fktn. wird in einen freien- und einen W.W.-Anteil aufgespalten:

$$\mathcal{L}_{\text{frei}} = -1/4 (G_{\mu\nu})^2 - 1/2 m_\beta^2 S_\mu^2 - 1/4 (\hat{F}_{\mu\nu})^2$$

$$\mathcal{L}_{\text{W.W.}} = -1/4 (Z-1) (G_{\mu\nu})^2 - 1/2 \left[(\hat{m}_\beta^2 Z - m_\beta^2) \right] S_\mu^2 \\ - \hat{g}_\beta Z^{1/2} j_\mu S_\mu - e_0 \hat{A}_\mu j_\mu$$

Es folgt daraus die Bewegungsgleichung für das β -Feld:

$$\partial_\mu G_{\mu\nu} - m_\beta^2 S_\nu = Z^{-1/2} \hat{g}_\beta \frac{m_\beta^2}{\hat{m}_\beta^2} j_\nu + \left(1 - \frac{m_\beta^2}{\hat{m}_\beta^2}\right) \partial_\mu G_{\mu\nu} \equiv g_\beta j_\nu^s$$

dabei ist j_μ^s der renormierte β -Strom und g_β die renormierte Kopplungskonstante.

Dann folgt

$$j_\mu = \frac{\hat{m}_\beta^2 Z}{Z^{-1/2} \hat{g}_\beta m_\beta^2} \left[\frac{m_\beta^2}{\hat{m}_\beta^2} g_\beta j_\mu^s - \left(1 - \frac{m_\beta^2}{\hat{m}_\beta^2}\right) m_\beta^2 S_\mu \right]$$

In einer divergenten Theorie ist $\hat{m}_\beta^2$ unendlich, so daß sich dann die Strom-Feld-Identität ergibt:

$$j_\mu = - \left[\hat{m}_\beta^2 / Z^{-1/2} \hat{g}_\beta \right] S_\mu$$

während für j_μ weiterhin gilt, daß $e_0 j_\mu = \partial_\nu \hat{A}_{\nu\mu}$ ist.

Die Strom-Feld-Identität liefert die beiden Hauptaussagen der Vektormeson-Dominanz-Theorie

1.) Pol-Dominanz der hadronischen Matrixelemente des e.m. Stromes

$$\langle f | j_\mu | i \rangle = \text{const.} \frac{1}{q^2 - M_\rho^2} \langle f | J_\mu^0 | i \rangle \quad (q = q_f - q_i)$$

2.) Universalität der ρ -Meson Kopplung an alle Hadronen
beim Impulsübertrag von Null.

Eine kurze Ableitung bringt Sakurai [3] ; die Universalität der ρ -Meson-Kopplung

$$f_{\rho\pi\pi} = f_{\rho NN} = \dots = f_\rho$$

folgt dort aus der vollständigen ρ -Dominanz des Isovektor-Formfaktors.
Die effektive Kopplungskonstante für $\rho^0 \leftrightarrow \gamma$ ist gegeben durch

$$g_{\gamma\rho} = e m_\rho^2 / f_\rho$$

und die e.m. Wechselwirkung durch

$$e A_\mu \cdot (j_\mu^3 + 1/\sqrt{3} j_\mu^8)$$

wobei wegen Isospin- oder G-Paritäts-Erhaltung

$$\langle 0 | j_\mu^8 | \rho^0 \rangle = 0 \quad \text{ist.}$$

Es folgt dann

$$\langle 0 | j_\mu^3(x) | \rho^0 \rangle = m_\rho^2 / f_\rho \epsilon_\mu \frac{e^{ipx}}{\sqrt{2\omega}}$$

d.h. j_μ^3 wirkt wie das ρ^0 -Feld zwischen dem ρ^0 -Zustand und dem Vakuum. Man setzt daher

$$j_\mu^\alpha = m_\rho^2 / f_\rho J_\mu^\alpha \quad (\text{Strom-Feld-Identität})$$

Um zur verallgemeinerten Vektordominanz nach Glück [4] überzuleiten, wird in dessen Notation die Einführung der e.m. Wechselwirkung in die ρ -Lagrange-Fktn. skizziert. Der dabei betrachtete ρ -Meson Fall entspricht dann der Arbeit [2].

Die Grundlage ist wiederum eine effektive Lagrange-Fktn., d.h. es darf nur Störungsrechnung in niedrigster Näherung ausgeführt werden (keine geschlossenen Schleifen!) Die Forderung ist, daß in dieser sogenannten "tree-approximation" die Lagrange-Fktn. schon das ganze betrachtete physikalische System beschreibt.

Die Lagrange-Fktn. der starken W.W. des ρ -Meson-Systems schreibt sich

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = -\frac{1}{4} (\vec{G}_{\mu\nu})^2 + \frac{1}{2} m^2 (\vec{\rho}_\mu)^2 + \frac{1}{2} g \vec{G}_{\mu\nu} \cdot (\vec{\rho}_\mu \times \vec{\rho}_\nu) - \frac{1}{4} g^2 (\vec{\rho}_\mu \times \vec{\rho}_\nu)^2$$

das ρ_μ^i -Feld ist dabei charakterisiert durch den Isospin-Index $i=1,2$, und den Minkowski-Index $\mu = 0,1,2,3$.

Um e.m. Wechselwirkungsterme in $\mathcal{L}_{\text{eff}}$ einzuführen, lautet dann die Vorschrift:

Ersetzung von $\rho_\mu^3 \rightarrow \rho_\mu^3 + e/g A_\mu$

in allen Termen von $\mathcal{L}_{\text{eff}}$ außer im Massenterm $\frac{1}{2} m^2 (\vec{\rho}_\mu)^2$

Die gesamte Lagrange-Fktn. lautet dann

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} (F_{\mu\nu})^2 + \mathcal{L}_{\rho-A} + \mathcal{L}_3$$

$\mathcal{L}_{\rho-A}$ ist die W.W. Lagrange-Fktn. zwischen ρ und A ,
 $\mathcal{L}_3$ enthält nur ρ^3 und Ableitungen davon.

Mit Hilfe dieser Lagrange-Fktn. kann die Maxwellgleichung

$$\partial_\nu F_{\nu\mu} = e m^2 / g \rho_\mu^3$$

abgeleitet werden, so daß die Strom-Feld-Identität

$$\overset{\text{e.m.}}{j}_\mu = e m^2 / g \rho_\mu^3 \quad \text{folgt}$$

Das Magnetmoment des ρ -Mesons liefert der $\rho\rho\pi$ -Vertex, der aus $\mathcal{L}_\rho$ -A gewonnen wird.

$$\Gamma_{\rho\rho\pi} = e A_\mu (\rho'_i \vec{\partial}_\mu \rho'_i) + 2e F_{\mu\nu} \rho'_\mu \rho'_\nu$$

Der 1. Term stellt den Ladungsterm dar, der zweite den Magnetterm. Das Magnetmoment ist $\mu_\rho = 2$ (in ρ -Magnetonen $e\hbar/2m_\rho$), ein Resultat das auch die Stromalgebra liefert. Ferner befindet sich $\Gamma_{\rho\rho\pi}$ in Übereinstimmung mit der üblichen Definition des e.m. Vertex für geladene Vektormesonen [5]. Bei Transformation von $\Gamma_{\rho\rho\pi}$ in den Impulsraum sieht man, daß nur Terme linear in den Impulsen auftreten. Quadrupolterme sind dagegen trilinear in den Impulsen, so daß diese in diesem Lagrange-Modell fehlen.

II. Verallgemeinerte Vektormeson-Dominanz in der Lagrange-Formulierung nach M. Glück.

Die kürzliche Entdeckung [12] neuer Vektormesonen wirft die Frage auf (*), wie diese in die Lagrange-Funktion von Kroll, Lee und Zumino [2] einzubauen sind. Man wird dabei die schwereren Vektormesonen als höhere Anregungen des fundamentalen Vektorfeldes $\vec{S}_\mu$ betrachten. In der Arbeit [4] wird für zwei Vektormesonen eine effektive Lagrange-Funktion konstruiert. Mögliche Wechselwirkungen zwischen den Vektormesonen bringen dann qualitative Änderungen in der Struktur der Lagrange-Funktion gegenüber dem 1-Meson Fall mit sich. Als verallgemeinerte Form der Strom-Feld-Identität soll ferner gelten:

$$j_\mu^{e.m.} = e/g \left(m^2 \vec{S}_\mu^3 + \tilde{m}^2 \vec{\tilde{S}}_\mu^3 \right),$$

$\vec{S}_\mu^i, \vec{\tilde{S}}_\mu^i$ sind die beiden Mesonenfelder in Analogie zum 1-Meson-Fall. Die zugrundeliegende Lagrange-Funktion lautet

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & -1/4 (\vec{G}_{\mu\nu})^2 + 1/2 m^2 (\vec{S}_\mu)^2 + 1/2 g \vec{G}_{\mu\nu} \cdot (\vec{S}_\mu \times \vec{S}_\nu) + \frac{d}{2} \vec{G}_{\mu\nu} \cdot (\vec{\tilde{S}}_\mu \times \vec{\tilde{S}}_\nu) \\ & + (\text{dasselbe mit } g \leftrightarrow \tilde{g}, m \leftrightarrow \tilde{m}) \\ & - d/2 \vec{G}_{\mu\nu} \cdot \vec{\tilde{G}}_{\mu\nu} \\ & - 1/4 g^2 (\vec{S}_\mu \times \vec{S}_\nu)^2 - \frac{d}{2} g^2 (\vec{S}_\mu \times \vec{S}_\nu) (\vec{\tilde{S}}_\mu \times \vec{\tilde{S}}_\nu) - 1/4 g^2 (\vec{S}_\mu \times \vec{\tilde{S}}_\nu)^2 \quad (+) \\ & \quad (d: \text{W.W.-Parameter}) \end{aligned}$$

Der direkte Mischungsterm $\vec{G}_{\mu\nu} \cdot \vec{\tilde{G}}_{\mu\nu}$ garantiert die verallgemeinerte Stromerhaltung

$$\partial_\mu (m^2 \vec{S}_\mu + \tilde{m}^2 \vec{\tilde{S}}_\mu) = 0$$

(eine weitere Forderung ist die nach Isospin-Invarianz)

Andererseits aber tritt der Mischungsterm $\vec{G}_{\mu\nu} \cdot \vec{\tilde{G}}_{\mu\nu}$ im kinetischen Anteil der Lagrange-Funktion auf. Um ihn zu eliminieren, muß der freie Anteil

(*) siehe nebenstehende Figur

(+) alle Größen sind hier nicht-renormiert.

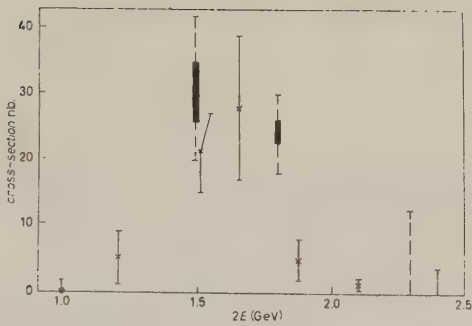


Fig. 1. Experimental cross-section of the process $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^+\pi^-$ vs. the total energy ($2E$). In addition to the results of this experiment, also the values determined by the Ailone + Boson Group through an overall fit of their data ⁽¹⁾ and the ACO result at 990 MeV ⁽²⁾ are reported. The quoted errors are only statistical for the present experiment. For the Boson group's points the boxes represent the systematic uncertainty and the bars the statistical errors. The point at $2E = 2.4$ GeV is an upper limit see Table I: $\circ$ ACO, $\blacksquare$ Boson group, $\times$ this experiment.

Evidenz für schwerere Vektormesonen

Die Fig. entstammt der Ref. [12], G. Barbarino et al.

der Lagrange-Funktion diagonalisiert werden

$$\mathcal{L}_{\text{frei}} = -\frac{1}{4} (\vec{G}_{\mu\nu})^2 - \frac{1}{2} \vec{G}_{\mu\nu} \cdot \vec{G}_{\mu\nu} - \frac{1}{4} (\vec{\tilde{G}}_{\mu\nu})^2 \\ + \frac{1}{2} m^2 (\vec{\rho}_\mu)^2 + \frac{1}{2} \tilde{m}^2 (\vec{\tilde{\rho}}_\mu)^2$$

(Näheres darüber in Ref. [4]).

Die e.m. Wechselwirkung wird wie im 1-Meson Fall eingeführt:

$$\rho_\mu^3 \rightarrow \rho_\mu^3 + e/g A_\mu$$

$$\tilde{\rho}_\mu^3 \rightarrow \tilde{\rho}_\mu^3 + e/g A_\mu$$

und zwar wiederum in allen Termen außer den Massen-Termen!

Die Massen der diagonalisierten Felder ρ^a, ρ^b ergeben sich dann zu

$$m_a = m (1+\alpha)^{-1/2}, \quad m_b = m (1-\alpha)^{-1/2} \quad) \text{ (für } m=\tilde{m})$$

die Magnetmomente schreiben sich

$$\mu(\rho^a) = 2, \quad \mu(\rho^b) = 2/(1-\alpha)$$

Man erkennt also, daß für $\alpha > 0$ das leichtere der beiden Mesonen nie ein Magnetmoment > 2 haben kann. In der Arbeit [4] wird aber eine weitere Lagrange-Fktn. mit anderen Wechselwirkungs- (W.W.) Termen untersucht, so daß dann das leichtere Meson auch ein Magnetmoment > 2 haben kann. Dies steht im Widerspruch zu Untersuchungen von Shtokhamer und Singer [6]. Die folgenden Kapitel werden sich mit dieser Tatsache noch eingehend beschäftigen.

Anmerkung: In einer eben erschienenen Arbeit haben Alles-Borelli et al (1) die Frascati-Daten des φ' -Mesons neu analysiert. Zur Auswertung benutzten sie das VMD-Modell von Gounaris und Sakurai (2), das die endliche Breite des φ -Mesons berücksichtigt. Die von den Autoren der Ref. (2) angegebene Verteilung beschreibt ferner am besten die in Novosibirsk (3) und Orsay (4) gemessenen niederenergetischen Daten.

Als Resultat geben die Autoren von Ref. (1) folgendes an:

$$\text{Masse des } \varphi' \text{-Mesons: } m_{\varphi'} = (1.20 \pm 0.05) \text{ GeV}$$

$$\text{Zerfallsverhältnis: } \frac{\varphi' \rightarrow 2\pi}{\varphi \rightarrow 2\pi} \simeq 10^{-2}$$

d.h. die Kopplung des φ' -Mesons ist entweder an das Photon oder an den 2π -Kanal nicht stark (oder auch an beide)!

- (1) V. Alles-Borelli et al., Nuovo Cimento 30A, 136 (1975) 1. November
- (2) G.J. Gounaris, J.J. Sakurai, Phys. Rev. Lett. 21 (1968) 244
- (3) V.L. Auslender et al., Sov. Journ. Nucl. Phys. 9 (1969) 69
- (4) D. Benaksas et al., Phys. Lett. 39B (1972) 289

Siehe ferner

D. Bollini et al., search for φ -like vector mesons in the mass range $(1.2 - 3.0) \text{ GeV}$,

Geneva-preprint, Dec. 1975

wo für ein φ' -Meson der Masse $m_{\varphi'} \approx 1.3 \text{ GeV}$ der Wert von $|g_{\varphi' \pi \pi} \times \{g_{\varphi' \pi \pi}\}|^2$ etwa um das Zehnfache unterhalb dem des φ -Mesons liegt!

Andererseits ist zwar für das ρ -Meson der dominante Zerfallskanal $\rho \rightarrow 2\pi$, nicht aber für das ρ' -Meson!

Ceradini et al. (5) sehen das ρ' -Meson in der Massengegend $m_{\rho'} = 1600$ MeV, so daß sie als den vorläufig relevanten Zerfallskanal

$$\rho'(1600) \rightarrow \rho^0(760) + \epsilon^0(800)$$

angeben können. Die Kopplungskonstante $g_{\rho'r} = e m_{\rho'}^2 / f_{\rho'}$ des ρ' -Mesons an das Photon liegt in den Grenzen:

$$f_{\rho'}^2 / 4\pi = (13 \pm 5) \dots (17 \pm 5)$$

und damit wird

$$\left| \frac{g_{\rho'r}}{g_{\rho r}} \right| > 1$$

d.h. das ρ' -Meson koppelt hier stärker an das Photon als das ρ -Meson! Vom experimentellen Standpunkt aus scheint demnach die Bedeutung des ρ' -Mesons noch offen zu sein.

In einer weiteren Analyse hat Bramon (6) unter Zuhilfenahme der erweiterten VDM und des naiven Quarkmodells folgendes Verhältnis angegeben:

$$\left| \frac{g_{\rho'r}}{g_{\rho r}} \right| \approx 0.7$$

Die unterschiedlichen Bewertungen zeigen also, daß sie stark von der zur jeweiligen Auswertung zugrundegelegten Theorie abhängig sind.

(5) F. Ceradini et al., Phys. Lett. 43B (1973) 341

(6) A. Bramon, Lett. Nuovo Cimento 8 (1973) 659

III. Verallgemeinerung der Lagrange-Fktn. aus Kapitel II für $m \neq \tilde{m}$

Die in Abschnitt II angegebenen Magnetmomente sind mit der Vereinfachung $m = \tilde{m}$ erzielt worden. Während im letzten Fall durch den verwendeten Mischungsterm das leichtere der beiden Mesonen für $m = \tilde{m}$ stets ein Magnetmoment < 2 hatte, kann bei Verwendung der gleichen Lagrange-Funktion für den Fall $m \neq \tilde{m}$ das Magnetmoment auch > 2 werden. Die folgende Lagrange-Funktion wird diagonalisiert, (d.h. die gemischten Terme in $\vec{f}, \vec{\tilde{f}}$ zum Verschwinden gebracht)

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\nu\nu\pi} = e A_\mu \left\{ (\vec{g}_\nu' \vec{\partial}_\mu \vec{g}_\nu^2) + \alpha [(\vec{\tilde{g}}_\nu' \vec{\partial}_\mu \vec{g}_\nu^2) + (\vec{g}_\nu' \vec{\partial}_\mu \vec{\tilde{g}}_\nu^2)] + (\vec{g}_\nu' \vec{\partial}_\mu \vec{\tilde{g}}_\nu^2) \right\} \\ + e \bar{F}_{\mu\nu} \left\{ (2+\alpha) \vec{g}_\mu' \vec{g}_\nu^2 + \alpha [\vec{\tilde{g}}_\mu' \vec{g}_\nu^2 + \vec{g}_\mu' \vec{\tilde{g}}_\nu^2] + (2+\alpha) \vec{\tilde{g}}_\mu' \vec{\tilde{g}}_\nu^2 \right\} \end{aligned}$$

Die Diagonalisierung geschieht durch folgende lineare Transformation der Felder $\vec{f}_\mu, \vec{\tilde{f}}_\mu$:

$$\begin{pmatrix} \vec{\tilde{f}}_\mu \\ \vec{f}_\mu \end{pmatrix} = \frac{1}{M} \underline{T} \frac{1}{\sqrt{\lambda}} \begin{pmatrix} \vec{f}_\mu^a \\ \vec{f}_\mu^b \end{pmatrix}$$

wobei

$$\begin{aligned} M = \frac{1}{m} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/\delta \end{pmatrix}, \quad \delta = \tilde{m}/m \\ \lambda = T^+ K T = \begin{pmatrix} \lambda_a & 0 \\ 0 & \lambda_b \end{pmatrix}, \quad T T^+ = 1 \\ K = 1/m^2 \begin{pmatrix} 1 & \alpha/\delta \\ \alpha/\delta & 1/\delta^2 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Dann sind die Massen der transformierten Felder gegeben durch

$$m_a = (\lambda_a)^{-1/2}$$

$$m_b = (\lambda_b)^{-1/2}$$

Diagonalisierung von $K' = \begin{pmatrix} \delta & d \\ d & 1/\delta \end{pmatrix}$ bedeutet Aufsuchen der Eigenwerte λ der Matrix K' :

Für die Eigenwerte gilt

$$\begin{vmatrix} \delta - \lambda & d \\ d & 1/\delta - \lambda \end{vmatrix} = 0 \quad \rightarrow \quad \lambda_{1/2} = \frac{(\delta + 1/\delta)}{2} \pm \sqrt{d^2 - 1 + \frac{(\delta + 1/\delta)^2}{4}}$$

Die Eigenvektoren ξ, η bestimmen sich durch

$$K' \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix} = \lambda_1 \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix} \quad \text{bzw.} \quad K' \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{pmatrix} = \lambda_2 \begin{pmatrix} \eta_1 \\ \eta_2 \end{pmatrix}$$

Die Diagonalisierungs-Matrix ist dann

$$T = \begin{pmatrix} \xi_1 & \eta_1 \\ \xi_2 & \eta_2 \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad T^{-1} K' T \quad \text{diagonal}$$

T ist unitär, wenn die Eigenvektoren orthogonal und normiert sind

$$T^+ = T^{-1} = \tilde{T} \quad (\text{für reelle Matrix-Elemente})$$

$$(T^{-1})_{ij} = \frac{1}{\det T} [\text{adj } T]_{ij}$$

Die oben angegebene Lagrange-Funktion wird dann durch die transformierten Felder $\varphi_\mu^a, \varphi_\mu^b$ ausgedrückt.

Dem Ausdruck für $\mathcal{L}_{VV\pi}$ entnimmt man dann folgende Werte der Magnetmomente:

$$\mu(p^a) = 2 + d + \frac{d^2 (d+1) m_a^2}{m^2 \delta \sqrt{d^2 - 1 + (\delta + 1/\delta)^2/4}}$$

und

$$\mu(p^b) = 2 + d - \frac{d^2 (d+1) m_b^2}{m^2 \delta \sqrt{d^2 - 1 + (\delta + 1/\delta)^2/4}}$$

$$\left(\delta = \tilde{m}/m > 0 \right)$$

wobei

$$m_a^2 = \frac{2\delta^2 m^2 \sqrt{\alpha^2 - 1 + (\delta + 1/\delta)^2/4}}{\delta(1 - 2\alpha^2) - \left(\frac{1 + \delta^4}{2\delta}\right) + (\delta^2 + 1) \cdot \sqrt{\alpha^2 - 1 + (\delta + 1/\delta)^2/4}}$$

und

$$m_b^2 = \frac{2\delta^2 m^2 \sqrt{\alpha^2 - 1 + (\delta + 1/\delta)^2/4}}{\delta(2\alpha^2 - 1) + \left(\frac{1 + \delta^4}{2\delta}\right) + (\delta^2 + 1) \cdot \sqrt{\alpha^2 - 1 + (\delta + 1/\delta)^2/4}}$$

d.h. m_a^2, m_b^2 haben die folgende Form

$$m_a^2 = \frac{A}{B - C} \quad ; \quad m_b^2 = \frac{A}{B + C}$$

mit

$$A = 2\delta^2 m^2 \sqrt{\alpha^2 - 1 + (\delta + 1/\delta)^2/4}$$

$$B = (\delta^2 + 1) \sqrt{\alpha^2 - 1 + (\delta + 1/\delta)^2/4}$$

$$C = \delta(2\alpha^2 - 1) + \left(\frac{1 + \delta^4}{2\delta}\right)$$

Der Wurzelausdruck muß reell sein, d.h. für $B > 0$

$$\leadsto A > 0$$

und da auch m_a^2, m_b^2 positiv sein müssen

$$\leadsto B > C$$

Die Bedingung, daß $\sqrt{\alpha^2 - 1 + (\delta + 1/\delta)^2/4}$ reell sein muß, bedeutet

$$\alpha^2 + \delta^2/4 + 1/4\delta^2 - 1/2 > 0 \quad (*)$$

Ferner ist $C/2\delta = \alpha^2 + \delta^2/4 + 1/4\delta^2 - 1/2 > 0$ nach $(*)$ und Definition von C

und da auch $\delta = \tilde{m}/m > 0$ nach Vor.

$$\text{folgt } C > 0$$

und damit ist stets

$$m_a > m_b$$

Jetzt gilt es, einen Fall zu konstruieren, wo das leichtere Meson der Masse m_b ein Magnetmoment $\mu(g^b) > 2$ besitzt.

Für $\mu(g^b) > 2$

$$\text{folgt } \alpha > \frac{\lambda^2(\lambda+1) 2\delta}{B+G}$$

was für $\lambda < 0$, $|\lambda| < 1$ nicht erfüllt ist, aber für die Wahl der Parameter $\lambda = 1/2$, $\delta = 2$ ist $\mu(g^b) > 2$ zu erzielen!

Zu bemerken ist noch, daß die andere in Ref. [4] untersuchte Lagrange-Funktion, die für das leichtere Meson das Magnetmoment $\mu_s > 2$ lieferte, nicht auf $m \neq \tilde{m}$ verallgemeinert werden kann.

IV. Verallgemeinerung der Lagrange-Funktion aus Kapitel II für $g \neq g'$

In Kapitel II wurde zwar die Verallgemeinerung für $m \neq \tilde{m}$ vorgenommen, für die Kopplungskonstanten galt aber weiterhin $g = \tilde{g}$. In der auf [4] folgenden Arbeit [7] zeigt Glück, daß für $g \neq g'$ ($m \neq \tilde{m}$) sehr einfach der Fall konstruierbar ist, für den das leichtere der beiden Vektormesonen ein Magnetmoment > 2 besitzt. Weiterhin zeigt diese Arbeit wie sich die Strom-Feld Identität

$$j_{\mu}^{e.m.} = e \left(\frac{m^2}{g} \varphi_{\mu}^3 + \frac{\tilde{m}^2}{\tilde{g}} \tilde{\varphi}_{\mu}^3 \right)$$

in den diagonalisierten (d.h. physikalischen) Feldern ausdrückt:

$$j_{\mu}^{e.m.} = e \left(m_a^2 / g_a \varphi_{\mu}^{a,3} + m_b^2 / g_b \varphi_{\mu}^{b,3} \right)$$

dabei sind m_a, m_b die Massen von φ^a, φ^b und

$$1/g_a = a/g + b/\tilde{g}$$

$$1/g_b = c/g + d/\tilde{g}$$

Die Matrixelemente a, b, c, d vermitteln die Transformation zwischen den physikalischen Feldern φ^a, φ^b und den ursprünglichen Feldern $\varphi, \tilde{\varphi}$:

$$\vec{\varphi}_{\mu}^a = a \vec{\varphi}_{\mu} + b \vec{\tilde{\varphi}}_{\mu}$$

$$\vec{\varphi}_{\mu}^b = c \vec{\varphi}_{\mu} + d \vec{\tilde{\varphi}}_{\mu}$$

Es wird dann verständlich, warum die zweite in [4] behandelte Lagrange-Fktn. für $g \neq \tilde{g}$ nicht zu verallgemeinern geht: man kann keine Strom-Feld Identität damit ableiten!

Es muß aber darauf hingewiesen werden, daß für den Fall $m = \tilde{m}$ und $g = \tilde{g}$ durch die Strom-Feld-Identität die Kopplungskonstante für ein physikalisches Feld Null wird, so daß nur ein Feld an den e.m. Strom koppelt. In diesem Fall lauten die Transformationen

$$\vec{p}_\mu = 1/\sqrt{2} \left\{ \delta \vec{p}_\mu^a - \varepsilon \vec{p}_\mu^b \right\} \quad (+)$$

$$\vec{\tilde{p}}_\mu = 1/\sqrt{2} \left\{ \delta \vec{p}_\mu^a + \varepsilon \vec{p}_\mu^b \right\}$$

mit

$$\delta := (1 + \alpha)^{-1/2}$$

$$\varepsilon := (1 - \alpha)^{-1/2}$$

Dann folgt aus den Definitionen (+)

$$a = b = (\sqrt{2} \delta)^{-1}$$

$$d = -c = (\sqrt{2} \varepsilon)^{-1}, \text{ so daß}$$

$$1/g_a = 2a/g \quad \text{aber} \quad 1/g_b = c/g - c/g = 0 \quad \text{werden.}$$

Das bedeutet, nur das a-Meson koppelt an den e.m. Strom.

Dieser entartete Fall läßt demnach die Konstruktion eines verallgemeinerten Stromvertex nicht zu, weil dazu im allgemeinen Fall wenigstens zwei Felder notwendig sind.

V. Verallgemeinerte Vektormeson-Dominanz in der Stromalgebra-Formulierung nach Shtokhamer und Singer

In der effektiven Lagrange-Formulierung nach Glück [4] werden die schwereren Vektormesonen als Anregungen des fundamentalen β -Vektorfeldes beschrieben. Die Stromalgebra-Formulierung nach Shtokhamer und Singer [6] betrachtet dagegen die höheren Vektormesonen als Kontinuumsanregungen ihres Propagators. Wie diese Kontinuumsanregungen zu den e.m. Momenten der geladenen Vektormesonen beitragen, wird in Ref. [6] untersucht. Die I-Teilchen Näherung für die Propagatorfunktion liefert ein magnetisches Moment $\mu_g = 2$ wie im I-Meson Fall der Lagrange Fktn. Benutzt man diese Näherung nicht, so kann auch die Stromalgebra keine endgültigen Aussagen machen. Weitere Information über μ_g erhält man durch Ausnutzung von Ward-Identitäten und Symmetrieeigenschaften der 3-Punkt-Funktion für drei Vektormesonen. Ein spezielles Modell, wie das von Nutbrown [8] gestattet dagegen eine definitive Aussage über μ_g zu machen. Allen diesen Untersuchungen liegt die $SU(2)$ Stromalgebra zugrunde.

Die in [6] definierte 3-Punkt Funktion ist

$$A_{\mu\nu\lambda}^{abc}(p_1, p_2, p_3) = \int e^{ip_1x} e^{-ip_2y} e^{-ip_3z} \langle 0 | T \{ J_a^\mu(x) J_b^\nu(y) J_c^\lambda(z) \} | 0 \rangle dx dy dz$$

a, b, c sind Isospin-Indices;

$$p_1 + p_2 + p_3 = 0$$

Die Funktion $A_{\mu\nu\lambda}$ wird wie in [9] reduziert

$$A_{\mu\nu\lambda}^{abc}(p_1, p_2, p_3) = \Delta_{aa'}^{\mu\mu'}(p_1) \Delta_{bb'}^{\nu\nu'}(p_2) \Delta_{cc'}^{\lambda\lambda'}(p_3) \Gamma_{a'\nu'\lambda'}^{a'b'c'}(p_1, p_2, p_3)$$

weiterhin wird die 3-Punkt Vertexfunktion $\Gamma_{\mu\nu\lambda}^{abc}$ nach invarianten Amplituden $H_i = H_i(p_1^2, p_2^2, p_3^2)$ zerlegt, so daß

$$\Gamma_{\mu\nu\lambda}^{abc}(p_1, p_2, p_3) = \varepsilon^{abc} \left\{ g_{\mu\nu}(p_1)_\lambda H_1 + g_{\mu\nu}(p_2)_\lambda H_2 + g_{\mu\lambda}(p_1)_\nu H_3 + g_{\mu\lambda}(p_2)_\nu H_4 + g_{\nu\lambda}(p_1)_\mu H_5 + g_{\nu\lambda}(p_2)_\mu H_6 + \text{Terme der Form } (p_i)_\mu (p_j)_\nu (p_k)_\lambda T_{ijk} \right\}$$

mit den Definitionen

$$\Delta^{\mu\nu}(p) = - \int \frac{S_V(a)}{a-p^2} (g^{\mu\nu} - p^\mu p^\nu / a) da = - (g^{\mu\nu} - p^\mu p^\nu / p^2) \Delta_T(p) - \frac{p^\mu p^\nu}{p^2} C_V$$

$$C_V = \int \frac{S_V(a)}{a} da ; \quad \Delta_T(p) = \int \frac{S_V(a)}{a-p^2} da$$

das Magnetmoment μ_S wird aus $\Gamma_{\mu\nu\lambda}$ durch Vergleich mit dem Stromausdruck nach [10] gewonnen

$$(2\pi)^3 \langle S^+(p_1, \lambda_1) | J_\mu^{e.m.} | S^+(q, \lambda_2) \rangle = e \epsilon^\nu(\lambda_2) \epsilon^{*\lambda}(\lambda_1) \cdot$$

$$\left\{ p_\nu q_\lambda (p+q)_\mu T_1(t) - g_{\nu\lambda} (p+q)_\mu T_2(t) + [g_{\mu\nu} q_\lambda + g_{\lambda\mu} p_\nu] T_3(t) \right\}$$

bei Durchführung der Limesbildung

$$\begin{aligned} p_1^2, p_2^2 &\rightarrow m_S^2 & : & \epsilon^{*\mu}(\lambda_1) \Delta^{\mu\mu'}(p_1) \rightarrow g_S \epsilon^{*\mu}(\lambda_1) g^{\mu\mu'} \\ & & & \epsilon^\nu(\lambda_2) \Delta^{\nu\nu'}(p_2) \rightarrow g_S \epsilon^\nu(\lambda_2) g^{\nu\nu'} \\ p_3^2 &\rightarrow 0 & : & \Delta^{\lambda\lambda'}(p_3) \rightarrow g^{\lambda\lambda'} \int \frac{S_V(a)}{a} da = g^{\lambda\lambda'} C_V \end{aligned}$$

und unter Beachtung von $J_\mu^{e.m.} = e J_\mu^3$ ergibt sich folgender Ausdruck für das statische Magnetmoment

$$T_3(0) = \mu_S = H_3(m_S^2, m_S^2, 0) g_S^2 C_V$$

Einen alternativen Ausdruck für H_3 erhält man mit Hilfe der Symmetri-Relation

$$H_3(p_1^2, p_2^2, p_3^2) = -H_1(p_3^2, p_1^2, p_2^2) - H_1(p_1^2, p_3^2, p_2^2)$$

wobei $-H_1(m_s^2, 0, m_s^2) = C_V^2/m_s^2$ aus einer Ward-Identität folgt.
Dann wird

$$\mu_g = g_s^2 C_V^2 / m_s^2 - H_1(0, m_s^2, m_s^2) g_s^2 C_V \quad (*)$$

In der I-Teilchen Näherung sind alle H_1 Konstanten,

$$H_1 = -g_s^2 C_V, \quad C_V = g_s^2 / m_s^2 \quad \text{so daß}$$

$$\mu_g = 2 \quad \text{sich ergibt.}$$

Da die Spektralfunktion $g_V(a)$ positiv definit ist, werden Kontinuumsbeiträge den Wert von C_V erhöhen, d.h. der 1. Term in (*) wird abnehmen. Für $H_1(0, m_s^2, m_s^2)$ liefert die Stromalgebra keine weiteren Aussagen. Shtokhamer und Singer [6] vermuten aber, daß μ_g auch dann abnimmt, wenn im 2. Term von (*) Kontinuumsbeiträge berücksichtigt werden. Diese Vermutung wird untermauert durch Vergleich mit einer speziellen Darstellung für $A_{\mu\nu\lambda}$ von Nutbrown [8]. Die Nutbrown-Darstellung erfüllt die Gesetze der Stromalgebra, ist aber nicht auf die I-Teilchen Näherung beschränkt. Sie lautet:

$$A_{\mu\nu\lambda}^{abc}(p_1, p_2, p_3) = \varepsilon^{abc} C_V^{-1} \iint d\bar{u} ds \frac{g_V(\bar{u}) g_V(s)}{\bar{u}}$$

$$\cdot \left\{ G^{\mu\mu'}(p_1, \bar{u}) G^{\nu\nu'}(p_2, s) G^{\lambda\lambda'}(p_3, s) \left[-g_{\mu\nu}(p_1)_\lambda - g_{\mu\nu}(p_2)_\lambda - g_{\mu\lambda}(p_2)_\nu \right. \right. \\ \left. \left. + g_{\nu\lambda}(p_1)_\mu + 2 g_{\nu\lambda}(p_2)_\mu \right] \right.$$

$$+ G^{\mu\mu'}(p_1, s) G^{\nu\nu'}(p_2, \bar{u}) G^{\lambda\lambda'}(p_3, \bar{u}) \left[g_{\mu\nu}(p_1)_\lambda - g_{\mu\nu}(p_2)_\lambda + g_{\mu\lambda}(p_2)_\nu - g_{\nu\lambda}(p_1)_\mu \right.$$

$$+ G^{\mu\mu'}(p_1, s) G^{\nu\nu'}(p_2, \bar{u}) G^{\lambda\lambda'}(p_3, s) \left[g_{\mu\nu}(p_1)_\lambda + g_{\mu\nu}(p_2)_\lambda - 2 g_{\mu\lambda}(p_2)_\nu \right. \\ \left. \left. - g_{\mu\lambda}(p_2)_\nu + g_{\nu\lambda}(p_1)_\mu \right] \right\}$$

mit $G^{\mu\nu}(p, \bar{u}) = \frac{g^{\mu\nu} - \not{p} \not{\bar{u}} / \bar{u}}{\bar{u} - p^2}^{-101-}$; $C_V' = \int \frac{\rho_V(s)}{s^2} ds$

Die Nutbrown-Darstellung hat die gleiche Tensor-Entwicklung wie die in [6] benutzte, so daß sich durch Vergleich folgender Ausdruck für H_3 ergibt:

Es ist allerdings von vornherein nicht einzusehen, daß man durch einfachen Vergleich der beiden Darstellungen die H_1 -Werte extrahieren kann. Insgesamt bekommt man durch direktes Ausmultiplizieren 14 Bestimmungsgleichungen für die 6 H_1 -Werte und die 8 unabhängigen F_{ijk} -Werte. Von den F_{ijk} sind nur F_{211} und F_{212} echte Quadrupolterme. Es stellt sich aber heraus, daß die F_{ijk} z.B. nicht zum Magnetterm H_3 beitragen, so daß direkte Vergleiche das gleiche Resultat wie die längliche Ausrechnung liefert.

$$H_3(p_1^2, p_2^2, p_3^2) = \Delta_T^{-1}(p_1) \Delta_T^{-1}(p_2) \Delta_T^{-1}(p_3) C_V'^{-1} \iint \frac{2 \rho_V(\bar{u}) \rho_V(s) d\bar{u} ds}{\bar{u}(\bar{u} - p_2^2)(s - p_3^2)(s - p_1^2)}$$

Im Limes $p_1^2, p_2^2 \rightarrow m_g^2$ und $p_3^2 \rightarrow 0$ wird daraus

$$H_3(m_g^2, m_g^2, 0) = 2 C_V'^{-1} C_V'^{-1} m_g^{-4}$$

Dann wird

$$\mu_g = H_3 g_g^2 C_V = 2 g_g^2 C_V'^{-1} m_g^{-4}$$

In der 1-Teilchen Näherung $\rho_V(s) = g_g^2 \delta(s - m_g^2)$ folgt wiederum

$$\mu_g = 2$$

während aber allgemein $C_V' > g_g^2 / m_g^2$ ist, so daß mit Hilfe des Nutbrown-Modells

$$\mu_g < 2 \text{ wird.}$$

Dies steht aber im Widerspruch zur Lagrange-Formulierung nach [4], wo μ_g auch Werte größer als 2 annehmen kann!

Zu bemerken wäre noch, daß die obige Abschätzung von H_3 für ein stabiles ρ -Meson gewonnen wurde [14], d.h. die Spektralfunktion ist

$$\rho_V(a) = g_g^2 \delta(a - m_g^2) + \tau(a)$$

wobei $\tau(a)$ eine absolut kontinuierliche Maßfunktion ist und

$$\Delta_T^{-1}(p) \simeq (p^2 - m_g^2) \left\{ 1/g_g^2 + (p^2 - m_g^2) F(p^2) \right\}$$

Für ein instabiles ρ -Meson bekommt H_3 noch den Zusatzfaktor

$$[\Delta_T(m_g) - C_V]^2 / [\Delta_T(m_g)]^2$$

was den Wert für μ_s bei zusätzlichen Kontinuumsbeiträgen noch schneller abfallen läßt. Die Symmetrie-Relation modifiziert sich dann aber auch folgendermaßen

$$H_3(m_s^2, m_s^2, 0) = \frac{1}{m_s^2} C_v' \left[1 - \frac{C_v}{\Delta_T(m_s)} \right] - H_1(0, m_s^2, m_s^2)$$

VI Konstruktion der 3-Punkt Funktion und des $\rho\rho\pi$ -Vertex aus der effektiven Lagrange-Funktion nach [4]

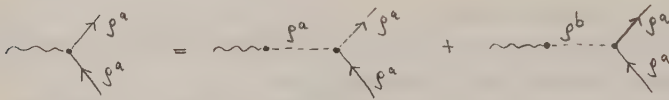
In Kapitel III konnte durch Verallgemeinerung der Lagrange-Fktn. ein weiterer "anti-Shtokhamer" Fall konstruiert werden.

Jetzt soll ausgehend von der exakten 3-Punkt Funktion mit Hilfe der Reduktionsformel (siehe dazu den Anhang) das e.m. Strommatrizelement $\langle \rho | j^{e.m.} | \rho \rangle$ und damit der $\rho\rho\pi$ -Vertex bestimmt werden. Da die dabei gewonnenen e.m. Momente sowohl von den Kontinuumsbeiträgen als auch vom Wechselwirkungsparameter λ abhängig sind, werden die Aussagen über den Einfluß der Kontinuumsbeiträge auf die e.m. Momente wiederum unbestimmt.

Als Beispiel wird der $\rho\rho\pi$ -Vertex für die ρ -Mesonen konstruiert. Der e.m. Strom setzt sich aus a - und b -Mesonen zusammen. Aufgrund der Feld-Strom Identität der verallgemeinerten Vektordominanz i.e.

$$\vec{j}_\mu = g_a \vec{j}_\mu^a + g_b \vec{j}_\mu^b \equiv \vec{j}_\mu^a + \vec{j}_\mu^b$$

hat man dann das folgende Modell:



In der 3-Punkt Funktion tritt nun folgender Vakuum-Erwartungswert auf

$$\langle 0 | T (\vec{j}_\mu(x) \vec{j}_\nu(y) \vec{j}_{\lambda(0)}) | 0 \rangle ,$$

während für die Auswertung des $\rho\rho\pi$ -Vertex

$$\langle 0 | T (\vec{j}_\mu^a(x) \vec{j}_\nu^a(y) \vec{j}_{\lambda(0)}) | 0 \rangle \text{ benötigt wird.}$$

Benutzt man die Strom-Feld Identität, dann wird

$$\begin{aligned}
 & \langle 0 | T (\vec{j}_\mu^a(x) \vec{j}_\nu^a(y) \vec{j}_\lambda^{(0)}) | 0 \rangle \\
 &= \langle 0 | T (\vec{j}_\mu(x) \vec{j}_\nu(y) \vec{j}_\lambda^{(0)}) | 0 \rangle \\
 &- \langle 0 | T (\vec{j}_\mu^b(x) \vec{j}_\nu^b(y) \vec{j}_\lambda^{(0)}) | 0 \rangle \\
 &- \langle 0 | T (\vec{j}_\mu^b(x) \vec{j}_\nu(y) \vec{j}_\lambda^{(0)}) | 0 \rangle \\
 &+ \langle 0 | T (\vec{j}_\mu^b(x) \vec{j}_\nu^b(y) \vec{j}_\lambda^{(0)}) | 0 \rangle
 \end{aligned}$$

Für das e.m. Strom-Matrixelement muß der Limes $p_1^2, p_2^2 \rightarrow m_g^2, p_3^2 \rightarrow 0$ genommen werden. Der Faktor $(p_1^2 - m_a^2) \cdot (p_2^2 - m_a^2)$ in der Reduktionsformel kürzt sich gegen den in $\langle \vec{j}_\mu^a \vec{j}_\nu^a \vec{j}_\lambda \rangle$, während z.B. für $\langle \vec{j}_\mu^b \vec{j}_\nu^b \vec{j}_\lambda \rangle$ das nicht gilt: in $\vec{j}_\nu^b$ dominiert der Polterm $\frac{1}{p_2^2 - m_b^2}$, der sich nicht gegen $(p_2^2 - m_a^2)$ für $m_a \neq m_b$ herauskürzt. Daher haben die letzten drei Terme der obigen Formel keinen Einfluß auf die Auswertung des $g g^k$ -Vertex, d.h.

$$\begin{aligned}
 & \lim_{\substack{p_1^2 \rightarrow m_a^2 \\ p_2^2 \rightarrow m_a^2}} (p_1^2 - m_a^2) (p_2^2 - m_a^2) \iint dx dy e^{ip_1 x} e^{-ip_2 y} \langle 0 | T (\vec{j}_\mu^a(x) \vec{j}_\nu^a(y) \vec{j}_\lambda^{(0)}) | 0 \rangle \\
 &= \lim_{\substack{p_1^2 \rightarrow m_a^2 \\ p_2^2 \rightarrow m_a^2}} (p_1^2 - m_a^2) (p_2^2 - m_a^2) \iint dx dy e^{ip_1 x} e^{-ip_2 y} \langle 0 | T (\vec{j}_\mu(x) \vec{j}_\nu(y) \vec{j}_\lambda^{(0)}) | 0 \rangle
 \end{aligned}$$

Im folgenden wird die 3-Punkt Funktion $\Lambda_{\mu\nu\lambda}$ ausgewertet, dann in die Reduktionsformel eingesetzt. Die e.m. Momente Ladung und Magnetmoment können dann entnommen werden. Für das Magnetmoment kann dann ein Wert $\mu_g > 2$ konstruiert werden.

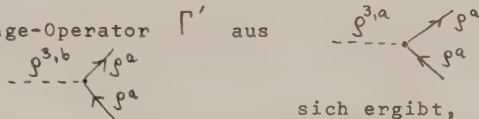
$$A_{\mu\nu}(p_1, p_2) \Big|_{\text{Glück}} = \int d^4x d^4y e^{-ip_1x} e^{-ip_2y} \langle T(\vec{j}_\mu^a(x) \vec{j}_\nu^a(y) \vec{j}_\lambda^a(0)) \rangle + \int d^4x d^4y e^{-ip_1x} e^{-ip_2y} \langle T(\vec{j}_\mu^a(x) \vec{j}_\nu^a(y) \vec{j}_\lambda^b(0)) \rangle$$

(der explizite Isospinvektor Charakter ist dabei nicht angedeutet)

$$= g_a^{-3} \Delta_{\mu\mu'}^a(p_1) \Delta_{\nu\nu'}^a(p_2) \Delta_{\lambda\lambda'}^a(p_3) \Gamma'_{\mu'\nu'\lambda'}(p_1, p_2) + g_a^{-2} g_b^{-1} \Delta_{\mu\mu'}^a(p_1) \Delta_{\nu\nu'}^a(p_2) \Delta_{\lambda\lambda'}^b(p_3) \Gamma''_{\mu'\nu'\lambda'}(p_1, p_2)$$

wobei

aus Glück's Lagrange-Operator Γ' aus
und Γ'' aus



sich ergibt,

d.h. nur solche Trilinearsterme dürfen genommen werden, für die die äußeren Teilchen ρ -Mesonen sind. Das Photon koppelt immer an die neutrale Komponente ρ^3 des ρ -Mesons!

$$\Gamma' = A \{ -g_{\mu\nu}(p_1)_\lambda + g_{\mu\nu}(p_2)_\lambda + 2g_{\mu\lambda}(p_1)_\nu + g_{\mu\lambda}(p_2)_\nu - g_{\nu\lambda}(p_1)_\mu - 2g_{\nu\lambda}(p_2)_\mu \}$$

$$\Gamma'' = \{ -g_{\mu\nu}(p_1)_\lambda B + g_{\mu\nu}(p_2)_\lambda B + g_{\mu\lambda}(p_1)_\nu [B+G] + g_{\mu\lambda}(p_2)_\nu G - g_{\nu\lambda}(p_1)_\mu G - g_{\nu\lambda}(p_2)_\mu [B+G] \}$$

und

$$A = \frac{1}{2} [g_{1/2} a^3 + g'_{1/2} c^3 + 2g'_{1/2} a c^2 + 2g_{1/2} a^2 c]$$

$$B = \frac{1}{2} [g a^2 b + g' c^2 d + 2g' a c d + 2g a b c]$$

$$G = \frac{1}{2} [g_{1/2} a^2 b + g'_{1/2} c^2 d + 2g'_{1/2} b c^2 + 2g_{1/2} a^2 d]$$

$$\text{und } f = a f^a + b f^b, f' = c f^a + d f^b; \left(f_{\mu}^{a,b} = g_{a,b} f_{\mu}^{a,b} \right)$$

(g, g' sind die nichtrenormierten Kopplungskonstanten)

$$(2\pi)^3 \langle p^a(p_1) | J_\lambda(0) | p^a(p_2) \rangle$$

$$= -g_a^{-2} \epsilon_\mu(p_1) \epsilon_\nu(p_2) (p_1^2 - m_a^2) (p_2^2 - m_a^2) A_{\mu\nu\lambda}^{(p_1, p_2)} \Big|_{\text{Glück}}$$

$$(e J_\lambda^{(0)} = J_\lambda^{\text{e.m.}})$$

$$= g_a^2 \epsilon_\mu(p_1) \epsilon_\nu(p_2) \left\{ g_a^{-3} C_V^a \Gamma'_{\mu\nu\lambda}(p_1, p_2) + g_a^{-2} g_b^{-1} C_V^b \Gamma''_{\mu\nu\lambda}(p_1, p_2) \right\}$$

$$= g_a^2 \epsilon_\mu(p_1) \epsilon_\nu(p_2) i g_{\mu\nu}(p_1)_\lambda \left[-g_a^{-3} A C_V^a - g_a^{-2} g_b^{-1} B C_V^b \right]$$

$$+ g_{\mu\nu}(p_2)_\lambda \left[g_a^{-3} A C_V^a + g_a^{-2} g_b^{-1} B C_V^b \right]$$

$$+ g_{\mu\lambda}(p_1)_\nu \left[g_a^{-3} A 2 C_V^a + g_a^{-2} g_b^{-1} (B+C) C_V^b \right]$$

$$+ g_{\mu\lambda}(p_2)_\nu \left[g_a^{-3} A C_V^a + g_a^{-2} g_b^{-1} C C_V^b \right]$$

$$+ g_{\nu\lambda}(p_1)_\mu \left[-g_a^{-3} A C_V^a - g_a^{-2} g_b^{-1} C C_V^b \right]$$

$$+ g_{\nu\lambda}(p_2)_\mu \left[-g_a^{-3} A 2 C_V^a - g_a^{-2} g_b^{-1} (B+C) C_V^b \right] \}$$

Ladung: $T_2(0) = g_a^2 \left[g_a^{-3} A C_V^a + g_a^{-2} g_b^{-1} B C_V^b \right] = \left[g_a^{-1} A C_V^a + g_b^{-1} B C_V^b \right]$

Magnetmoment:

$$T_3(0) = g_a^2 \left[g_a^{-3} 2 A C_V^a + g_a^{-2} g_b^{-1} (B+C) C_V^b \right]$$

$$= \left[g_a^{-1} 2 A C_V^a + g_b^{-1} (B+C) C_V^b \right]$$

Für den Ladungsterm gilt die Bedingung:

$$T_2(0) \equiv 1$$

$$\leadsto [g_a^{-1} A C_a^a + g_b^{-1} B C_b^b] = 1$$

so daß

$$T_3(0) = 2 + g_b^{-1} (C - B) C_b^b$$

Sind g_b^{-1} , C_b^b positiv definit, dann können jetzt die Fälle

$$C \geq B$$

untersucht werden!

Der Fall $C > B$ und damit $T_3(0) > 2$ würde dann dem sogenannten anti-Shtokhamer-Fall entsprechen.

Als vereinfachter Fall kann z.B. $m = m'$, aber $g \neq g'$ gewählt werden.

Für $m = m'$ gilt:

$$\vec{f}_\mu = 1/\sqrt{2} \{ \delta \vec{f}_\mu^a - \varepsilon \vec{f}_\mu^b \}$$

mit

$$\delta = (\sqrt{1+\alpha})^{-1}$$

$$\varepsilon = (\sqrt{1-\alpha})^{-1}$$

$$\vec{f}'_\mu = 1/\sqrt{2} \{ \delta \vec{f}'_\mu^a + \varepsilon \vec{f}'_\mu^b \}$$

mit

$$\vec{f}'_\mu = a \vec{f}_\mu^a + b \vec{f}_\mu^b$$

$$\vec{f}'_\mu = c \vec{f}_\mu^a + d \vec{f}_\mu^b$$

$$a = \frac{1}{\sqrt{2} \sqrt{1+\alpha}} \quad ; \quad b = \frac{-1}{\sqrt{2} \sqrt{1-\alpha}}$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{2} \sqrt{1+\alpha}} \quad ; \quad d = \frac{1}{\sqrt{2} \sqrt{1-\alpha}}$$

$$a^2 = c^2 \quad ; \quad a < d = c^2 d = a^2 d = -c^2 b = -a^2 b = -a b c$$

) $C > B$

$$g_{1/2} a^2 b + g'_{1/2} c^2 d + \alpha g'_{1/2} b c^2 + \alpha g_{1/2} a^2 d > g a^2 b + g' c^2 d + \alpha g' a c d + \alpha g a b c$$

$$\rightarrow g_{1/2} a^2 b - g'_{1/2} a^2 b + \alpha g'_{1/2} a^2 b - \alpha g_{1/2} a^2 b > g a^2 b - g' a^2 b - \alpha g' a^2 b + \alpha g a^2 b$$

$$\rightarrow g_{1/2} - g'_{1/2} + \alpha g'_{1/2} - \alpha g_{1/2} > g - g' - \alpha g' + \alpha g$$

$$\frac{1}{2} \alpha (g' - g) > -\frac{1}{2} (g' - g) - \alpha (g' - g)$$

$$\frac{1}{2} \alpha > -\frac{1}{2} - \alpha$$

$$\alpha > -\frac{1}{3}$$

) Durchführung wie oben:

$$\frac{1}{2} \alpha < -\frac{1}{2} - \alpha$$

$$\alpha < -\frac{1}{3}$$

sultat: Für gleiche "nackte" Massen im Lagrange-Operator $M = M'$, aber ungleiche nicht-renormierte Kopplungskonstanten der beiden Vektormesonen $g \neq g'$ können Magnetmomente größer als 2 konstruiert werden, falls der Wechselwirkungsparameter $\alpha > -1/3$ wird. Da aber α ein freier Parameter ist, existieren für ihn zunächst keine theoretischen Einschränkungen. Die eff. Lagrange-Theorie nach Glück benötigt daher für eine gewisse Bestimmung von α weitere physikalisch-plausible Einschränkungen!

VI. Bemerkungen zu den unterschiedlichen Aussagen über das ρ -Magnetmoment in der Stromalgebra und der Lagrange-Theorie.

In den vorherigen Kapiteln wurde schon darauf hingewiesen, daß für d
leichteste ρ -Meson die Stromalgebra nur Werte $\mu_\rho < 2$ liefert, hingeg
die Lagrange-Theorie auch solche größer als 2.

Zuerst soll hier kurz erwähnt werden, wie e.m. Momente für relativ
stische Teilchen zu definieren sind.

Um im Strommatrix-Element $\langle p' \lambda' | j^\mu | p \lambda \rangle$ e.m. Momente zu definieren,
muß man zum klassischen Grenzfall übergehen. Es ist nämlich unmöglich
ein relativistisches Teilchen genauer als seine Compton-Wellenlänge
zu lokalisieren. So besteht nur die Möglichkeit, die verschiedenen
Terme im Stromausdruck klassisch zu definieren, indem man zum nicht-
relativistischen (N.R.) Grenzfall übergeht. Der benutzte Ausdruck
für den e.m. Strom [10] ist in Kapitel V angegeben.

Die Lagrange-Funktion liefert im N.-R. Grenzfall den Term $\vec{S} \cdot \vec{H}$
($\vec{S}$: Spinvektor, $\vec{H}$: Magnetfeld); d.h. die Kopplung
des magnetischen Feldes an den Erwartungswert der Spin-Matrix.
Das magnetische Moment ist dann

$$\vec{\mu} = g \vec{S} \quad (\text{in Einheiten von } \frac{e}{2mc}) \quad [11]$$

Allgemein kann ein Teilchen mit Spin S in seinem Ruhesystem
Multipolmomente bis zur Ordnung $2s$ besitzen. Ein Spin-1 Teilchen
also Dipol- und Quadrupolmomente. Ein Teilchen dagegen mit
keinem inneren Drehimpuls kann nur skalare Eigenschaften in
seinem Ruhesystem besitzen, d.h. nur das Monopol-Moment Ladung.
Man muß aber bedenken [5], daß Lagrange-Funktionen nicht eindeutig
sind. Die Addition von Divergenz-Termen ändert die Feldgleichungen
nämlich nicht. Bei Vorhandensein von e.m. W.W. tragen die Divergenz-
terme zusätzlich zu den Magnetmoment-Wechselwirkungen bei. Solange
man also nicht die freie Lagrange-Funktion spezifiziert, definiert
das Prinzip der minimalen e.m. W.W. kein "normales" magnetisches
Moment!

Shtokhamer und Singer [6] definieren nun e.m. Momente in ihrer 3-Punkt Funktion durch Vergleich mit dem Stromausdruck nach [10]. Dabei wird in der 3-Punkt Funktion der Limes $p_1^2, p_2^2 \rightarrow m_f^2$, $p_3^2 \rightarrow 0$ vorgenommen und äquivalente Ausdrücke in den invarianten Amplituden verglichen. Alle 3 Teilchen sind dabei "on-shell", das Photon ($p_3^2 = 0$) entspricht dabei dem e.m. Stromausdruck $J_\mu^{e.m.}$, d.h. es besitzt Kontinuumsbeiträge.

Nutbrown [8] hat nun auch die Entwicklung nach invarianten Amplituden, welche die Struktur der Momenten-Terme wiedergeben. Durch Vergleich mit der Shtokhamer/Singer Amplitude lassen sich auch hier Multipolmomente definieren.

Das eigentliche Problem besteht darin, daß Shtokhamer/Singer 3-Spektral Darstellungen mit 2-Spektral Darstellungen vergleichen. Das ist natürlich allgemein nicht möglich. Shtokhamer beruft sich aber darauf, daß die analytische Struktur der Γ_3 nicht angegeben wird (d.h. Γ selbst kann Schnitte etc. enthalten) und daß daher der Vergleich erlaubt sei. Es muß aber betont werden, daß man in einer Amplitude die Singularitäten so herauszieht, um eine einfache Vertexfunktion übrig zu behalten. Zwei verschiedene Darstellungen resultieren aus verschiedenartiger Herausprojektion der Singularitäten, so daß dann kein einfacher Zusammenhang mehr zwischen den invarianten Amplituden der beiden Darstellungen besteht.

Dies zeigt sich auch in dem Ausdruck für H_3 ! In der 1-Teilchen Näherung werden diese Zusammenhänge zwar einfach, aber etwas Neues erbringt diese Analyse nicht. Neue Ergebnisse gewinnt man nur durch konsistente Bezugnahme auf eine spezielle Darstellung und nicht durch Bezugnahme auf andere allgemein inkompatible Darstellungen in bestimmten Grenzfällen [15]. Überdies beansprucht die Nutbrown-Darstellung keine Eindeutigkeit!

Könnte nun die Diskrepanz zwischen dem Shtokhamer/Singer-Resultat einerseits und dem Glück-Resultat andererseits in der Stromalgebra liegen? Es stellt sich die Frage, ob die von Glück benutzte Lagrange-Funktion die $SU(2)$ -Algebra befriedigt. (siehe dazu auch [13])

Schreibt man die Lagrange-Funktion

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{4} (\vec{K}_{\mu\nu})^2 - \frac{\alpha}{2} \vec{K}_{\mu\nu} \cdot \vec{K}'_{\mu\nu} - \frac{1}{4} (\vec{K}'_{\mu\nu})^2 + \frac{1}{2} m^2 (\vec{S}_\mu)^2 + \frac{1}{2} m'^2 (\vec{S}'_\mu)^2$$

und wählt $\mathfrak{g}, \mathfrak{g}'$ als die kanonischen Variablen, dann lauten die Euler-Lagrange-Gleichungen

$$m^2 \vec{S}_0 = \partial_k (\vec{K}_{0k} + \alpha \vec{K}'_{0k}) - g (\vec{K}_{0k} + \alpha \vec{K}'_{0k}) \times \vec{S}_k$$

$$m'^2 \vec{S}'_0 = \partial_k (\vec{K}'_{0k} + \alpha \vec{K}_{0k}) - g' (\vec{K}'_{0k} + \alpha \vec{K}_{0k}) \times \vec{S}'_k$$

Andererseits sind die zu $\mathfrak{g}, \mathfrak{g}'$ konjugierten Impulse

$$\vec{\Pi}_k = \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta (\partial_0 \vec{S}_k)} = \vec{K}_{0k} + \alpha \vec{K}'_{0k} ; \quad \vec{\Pi}'_k = \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta (\partial_0 \vec{S}'_k)} = \vec{K}'_{0k} + \alpha \vec{K}_{0k}$$

Setzt man diese Impulse in obige Gleichungen ein, so folgt

$$m^2/g \vec{S}_0 = 1/g \partial_k \vec{\Pi}_k - \vec{\Pi}_k \times \vec{S}_k \equiv \vec{J}_0$$

$$m'^2/g' \vec{S}'_0 = 1/g' \partial_k \vec{\Pi}'_k - \vec{\Pi}'_k \times \vec{S}'_k \equiv \vec{J}'_0$$

Der Gesamtstrom ist dann $\vec{J}_0 = \vec{J}_0 + \vec{J}'_0$

$SU(2)$ -Algebra bedeutet nun die Gültigkeit folgender gleichzeitiger Vertauschungs-Regel:

$$[J_0^a(\vec{x}, 0), J_0^b(\vec{y}, 0)] = i \varepsilon_{abc} J_0^c(\vec{x}, 0) \delta^3(\vec{x} - \vec{y})$$

In $\vec{J}_0 = \vec{J}_0 + \vec{J}'_0$ befriedigen $\vec{J}_0$ und $\vec{J}'_0$ jeweils einzeln die $SU(2)$ -Algebra und da auch $[\vec{J}_0, \vec{J}'_0] = 0$ ist, folgt daß

$$[\vec{J}_0, \vec{J}'_0] \quad \text{die } SU(2)\text{-Algebra befriedigt.}$$

Einfacher läßt sich der Strom $\vec{J}_0$ mit dem Gell-Mann/Lévy-Variationsprinzip ableiten: für eine Isospin-Eichtransformation ist

$$\delta \vec{S}_\mu = \frac{1}{g} \partial_\mu \vec{\alpha} - (\vec{\alpha} \times \vec{S}_\mu)$$

$$\delta \vec{S}'_\mu = \frac{1}{g'} \partial_\mu \vec{\alpha}' - (\vec{\alpha}' \times \vec{S}'_\mu)$$

und unter Zuhilfenahme der Gell-Mann/Lévy-Gleichung

$$\partial_\mu \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta (\partial_\mu \vec{\alpha})} = \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta \vec{\alpha}}$$

ergibt sich der erhaltene Strom

$$\vec{J}_\mu = - \frac{\delta \mathcal{L}}{\delta (\partial_\mu \vec{\alpha})} = m^2/g \vec{S}_\mu + m'^2/g' \vec{S}'_\mu$$

Nun sind $\vec{S}_\mu, \vec{S}'_\mu$ wegen des Parameters $\alpha \neq 0$ wechselwirkende Felder. Aus dem Schwingerschen Wirkungs-Prinzip folgt, daß die gleichzeitigen Vertauschungs-Regeln auch für derartige Felder gelten. Nirgendwo geht in dies Prinzip nämlich eine Aussage über die spezielle Struktur der Lagrange-Fktn. ein.

An sich sollte man nicht $\mathcal{S}, \mathcal{S}'$ als kanonische Variable ansehen, sondern die transformierten Felder $\mathcal{S}^a, \mathcal{S}^b$, denn diese sind die interpolierenden Felder der physikalischen Teilchen. Wegen des Charakters der linearen Transformation ist dies aber nicht notwendig.

Überdies haben die Ströme im allgemeinen Fall (d.h. diejenigen, die aus der transformierten Lagrange-Funktion unter Zuhilfenahme der Euler-Gleichungen folgen) eine komplizierte Struktur, so daß nicht einfach zu sehen ist, ob diese Ströme den Vertauschungsregeln der Stromalgebra gehorchen.

Worin könnte nun die Diskrepanz zwischen Lagrange-Formulierung und der Stromalgebra bestehen?

Beide erfüllen, wie zuvor gezeigt, die $SU(2)$ -Algebra (siehe dazu [13])

Ferner erfüllen die aus Glücks Lagrange-Operator mit Hilfe der Trilinearsterme gebildeten Amplituden die sogenannten "crossing"-Eigenschaften

$$A(p_1, p_2)^{\mu\nu\lambda} = -A(p_2, p_1)^{\nu\mu\lambda} = -A(p_1, p_3)^{\mu\lambda\nu}$$

Und auch die Ward-Identitäten, die die chirale Algebra fordert, also z.B.

$$i p_{1\mu} A(p_1, p_2, p_3)^{\mu\nu\lambda} = \Delta^{\nu\lambda}(p_3) - \Delta^{\nu\lambda}(p_2)$$

($\Delta^{\nu\lambda}(p)$ sind Vektorpropagatoren)

werden vom Lagrangeoperator befriedigt, denn die mit dessen Hilfe konstruierten Ströme genügen der differentiellen Stromerhaltung. Auch die Verallgemeinerung der Nutbrown-Darstellung für 3 Spektralfunktionen mit eventuell zusätzlichen Funktionen scheint nicht möglich zu sein. So befriedigen z.B. folgende Modifikationen der Nutbrown-Darstellung nicht die Ward-Identitäten:

- 1.) $A_{\mu\nu\lambda} \propto \int d\bar{u} ds dw \varrho(\bar{u}) \varrho(s) \varrho(w) \cdot \{ \text{Nutbrown Ansatz} \}$
wobei: $\{ \text{Nutbrown Ansatz} \}$ die Propagatoren $\hat{G}_{\mu\nu}$ etc. mit den eigentlichen Vertizes enthält.
- 2.) $A_{\mu\nu\lambda} \propto \int d\bar{u} ds dw \varrho(\bar{u}) \varrho(s) \varrho(w) \cdot \{ \text{Nutbrown Ansatz} \} \cdot \beta(\bar{u}, s, w)$
wobei $\beta(\bar{u}, s, w)$ eine unbekannte Funktion ist, mit der aber weder die Ward-Identitäten erfüllt werden können noch daß die Propagatoren auf die Einteilchen-Näherung beschränkt bleiben!
- 3.) $A_{\mu\nu\lambda} \propto \int d\bar{u} ds dw \frac{\varrho(\bar{u}) \varrho(s) \varrho(w)}{\bar{u} \cdot s} \cdot \{ \text{Nutbrown Ansatz} \}$
(mit $\bar{u}, s$: Gewichtsfunktionen)

Eine Möglichkeit der Verallgemeinerung zeigt die Arbeit [13] auf. Untersucht wird hierin zuerst eine Darstellung mit nur einer Spektralfunktion und einer zusätzlichen Funktion $f(\bar{u})$ mit dem ansonsten identischen Nutbrown-Ansatz:

$$A_{\mu\nu\lambda}^{(1)}(p_1, p_2, p_3) = \int d\bar{u} f(\bar{u}) g(\bar{u}) G_{\mu\mu'}(p_1, \bar{u}) G_{\nu\nu'}(p_2, \bar{u}) G_{\lambda\lambda'}(p_3, \bar{u}) \\ \times \left\{ g_{\nu'\lambda'}(p_2 - p_3)_{\mu'} - g_{\lambda'\mu'} p_{2\nu'} + g_{\mu'\nu'} p_{3\lambda'} + \text{zykl. Permutationen} \right\}$$

Dabei muß $f(\bar{u}) = \bar{u}$ gewählt werden, um die Ward-Identitäten zu erfüllen. Dann wird in [13] eine zweite Darstellung untersucht: welche die Nutbrown-Darstellung mit einer zusätzlichen in $\bar{u}$ und v symmetrischen Funktion $\mathcal{L}(\bar{u}, v)$ ist. Es wird ausgesagt, daß $A_{\mu\nu\lambda}^{(2)}$ die Ward-Identitäten nur für $\mathcal{L}(\bar{u}, v) = \text{const.}$, d.h. $\mathcal{L}(\bar{u}, v) = C_v^{-1}$ erfüllt. Das führt aber auf Nutbrown's ursprüngliche Darstellung. Definiert wird dann die verallgemeinerte Darstellung durch die Summe der beiden obigen angegebenen:

$$A_{\mu\nu\lambda}^{G.N.} = A_{\mu\nu\lambda}^{(1)} + A_{\mu\nu\lambda}^{(2)}$$

Zur Erfüllung der Ward-Identitäten für $A_{\mu\nu\lambda}^{G.N.}$ muß dann folgende Bedingung an die willkürlichen Funktionen $f(\bar{u})$ und $\mathcal{L}(\bar{u}, v)$ gestellt werden:

$$\frac{f(\bar{u})}{\bar{u}} + \int \mathcal{L}(\bar{u}, v) \frac{g(v)}{v^2} dv = 1$$

Die Funktion $\mathcal{L}(\bar{u}, v)$ soll dabei dem Wechselwirkungsparameter $\mathcal{L}$ in der Lagrange-Theorie entsprechen. Mit diesem Ansatz berechnete Magnetmomente enthalten also zusätzlich noch diese Funktion. Da aber $\mathcal{L}(\bar{u}, v)$ nicht durch weitere Bedingungen, z.B. positive Definiertheit usw. eingeschränkt ist, können die mit diesem Ansatz berechneten Magnetmomente willkürliche Werte annehmen.

Hier muß eingewendet werden, daß die Darstellung $A_{\mu\nu\lambda}^{(1)}$ für sich allein keine e.m. Momente mit Kontinuumsbeiträgen liefert, d.h. sie entspricht der Einteilchen-Näherung. Die Funktion $\mathcal{L}(\bar{u}, \nu)$ kann ferner die Funktion $f(\bar{u})$ reproduzieren, wenn man ansetzt, daß

$$\alpha(\bar{u}, \nu) = \delta(\bar{u} - \nu) \mathcal{L}(\bar{u}, \bar{u}) + \mathcal{L}(\bar{u}, \nu) \Big|_{\bar{u} \rightarrow \nu} \text{ gilt}$$

und folgende Identifikation: $\mathcal{L}(\bar{u}, \bar{u}) = \frac{f(\bar{u})}{g(\bar{u})} \cdot \bar{u}$ macht.
Man kann auch allgemeiner ansetzen:

$$\alpha(\bar{u}, \nu) = \delta(\bar{u} - \nu) d(\bar{u}, \nu) + \beta(\bar{u}, \nu) \\ (\text{mit } d(\bar{u}, \bar{u}) = \frac{f(\bar{u})}{g(\bar{u})} \cdot \bar{u})$$

Überdies stimmt es nicht, daß $A_{\mu\nu\lambda}^{(2)}$ für sich allein die Ward-Identitäten nur für $\mathcal{L}(\bar{u}, \nu) = \text{const.}$ erfüllt. Die einzige Bedingung lautet:

$$\int d\nu \frac{g(\nu)}{\nu^2} \alpha(\bar{u}, \nu) = 1$$

d.h. für einen verallgemeinerten Nutbrown-Ansatz ist die Darstellung $A_{\mu\nu\lambda}^{(1)}$ überflüssig!

Die Bedingungsgleichung $\frac{f(\bar{u})}{\bar{u}} + \int d\nu \frac{g(\nu)}{\nu^2} \alpha(\bar{u}, \nu) = 1$ die aufgrund der Gültigkeit der Ward-Identitäten gefordert werden muß, ergibt sich natürlicher aus der Ladungsnormierung. Der Formfaktor der Gesamtladung muß auf 1 normiert werden. Die beiden Ladungsanteile der verallgemeinerten Nutbrown-Darstellung addieren sich zur Gesamtladung derart, daß

$$\overline{T}_2^{(1)}(0) + \overline{T}_2^{(2)}(0) \equiv \overline{T}_2(0) = \frac{f(m_f^2)}{m_f^2} + \int d\bar{u} \frac{g(\bar{u})}{\bar{u}^2} \alpha(\bar{u}, m_f^2) = 1$$

Man kann nun fragen, ob der Formfaktor des Quadrupolmoments weitere Aussagen über das Magnetmoment μ_g liefert.

Der Formfaktor $T_1(t)$ im Strommatrixelement $\langle p_1 | J_\lambda | p_2 \rangle$ ist mit folgendem Term verknüpft:

$$p_1 \cdot \epsilon(p_2) \quad \epsilon(p_1) \cdot p_2 \quad T_1(t) \quad (p_1 + p_2)_\lambda$$

Wobei im statischen Falle gilt:

$$T_1(0) = \frac{1}{2} m_g (Q_g + 1 - \mu_g)$$

Q_g : elektrisches Quadrupolmoment

des g -Mesons.

μ_g : magnetisches Dipolmoment

In den "bound-state" - Modellen [5] ist das Quadrupolmoment vernachlässigbar,

$$\text{d.h.} \quad Q_g \approx 0$$

$$\rightarrow T_1(0) = \frac{1}{2} m_g (1 - \mu_g)$$

Für gegebenes μ_g berechnet sich dann $T_1(0)$. Inwieweit die verallgemeinerte Nutzwon-Darstellung damit konsistent ist, kann nicht beantwortet werden, da auch diese Verallgemeinerung keine Quadrupolbeiträge enthält!

Sind nun bei Zugrundelegung der Bedingungsgleichung

$$\int d\nu \frac{\rho(\nu)}{\nu^2} \mathcal{L}(\bar{u}, \nu) = 1$$

weitere Aussagen über die symmetrische Funktion $\mathcal{L}(\bar{u}, \nu)$ zu machen?

Die einfachsten separablen Ansätze für $\mathcal{L}(\bar{u}, \nu)$ wie z.B.

$$\text{a.)} \quad \mathcal{L}(\bar{u}, \nu) = r(\bar{u}) \cdot s(\nu)$$

$$\text{b.)} \quad \mathcal{L}(\bar{u}, \nu) = f(\bar{u}) + g(\nu)$$

und auch die Summen aus a.) und b.) führen zu

$$\mathcal{L}(\bar{u}, \nu) = \text{const.}$$

Man kann noch kompliziertere Funktionen $\alpha(\bar{u}, v)$ konstruieren, über die dann aber nicht mehr so einfache allgemeine Aussagen gemacht werden können. Die obigen untersuchten symmetrischen Funktionen führen alle auf Nutbrowns ursprünglichen Ansatz zurück, was natürlich keine allgemeingültige Aussage ist.

Betrachtet man aber wie im Lagrange-Fall nur zwei Arten von Vektormessen, dann wird die Spektralfunktion

$$g(v) = g^2 \delta(v - m^2) + g'^2 \delta(v - m'^2)$$

Dies eingesetzt in

$$\int dv \frac{g(v)}{v^2} \alpha(\bar{u}, v) = 1$$

ergibt
$$g^2/m^4 \alpha(\bar{u}, m^2) + g'^2/m'^4 \alpha(\bar{u}, m'^2) = 1$$

Definiert man:

$$\beta(\bar{u}, m^2) := g^2/m^4 \alpha(\bar{u}, m^2)$$

so folgt

$$\beta(\bar{u}, m^2) + \beta(\bar{u}, m'^2) = 1$$

Für festes $\bar{u}$ und variables m' erhält man: $\beta(\bar{u}, m'^2) = \beta(\bar{u})$

d.h. aber auch $\beta(\bar{u}, m^2) = \beta(\bar{u})$, so daß $2\beta(\bar{u}) = 1$,

$$\beta(\bar{u}) = 0.5 = \text{const. (unabhängig von } \bar{u})$$

g " " α

Es ergibt sich somit

$$1.) \alpha(\bar{u}, m^2) = 0.5 \frac{m'^4}{g^2} \quad \leadsto \alpha(m^2, m^2) = 0.5 \frac{m'^4}{g^2}$$

$$2.) \alpha(\bar{u}, m'^2) = 0.5 \frac{m^4}{g'^2} \quad \leadsto \alpha(m'^2, m'^2) = 0.5 \frac{m^4}{g'^2}$$

Ferner folgt aber auch

$$1.)' \alpha(m'^2, m^2) = 0.5 \frac{m^4}{g^2}$$

$$2.)' \alpha(m^2, m'^2) = 0.5 \frac{m'^4}{g'^2}$$

und wegen der Symmetrie der Funktion $\alpha(\bar{u}, v)$ folgt weiter aus 1.)' und 2.)'

$$m^4/g^2 = m'^4/g'^2$$

ann gilt aber auch: $\alpha(m^2, m^2) = \alpha(m'^2, m'^2)$

d.h.

$$\alpha(\bar{u}, v) = \text{const} := \alpha$$

und zwar in dem Modell wo u bzw. v nur die beiden Werte 2 und m'^2 annehmen können.

$$\text{us } \int dv \frac{g(v)}{v^2} \alpha(\bar{u}, v) = 1 \quad \leadsto \quad \alpha \int dv \frac{g(v)}{v^2} = 1$$

efiniert man:

$$C'_v = \int dv \frac{g(v)}{v^2}$$

$$\leadsto \alpha = C_v'^{-1} \quad , \text{ das ist Nutbrown's Ergebnis.}$$

n diesem Fall wird das Magnetmoment

$$\begin{aligned} \mu_g^{G.N.} &= 2 \left[\frac{g^2}{m^4} \alpha(m^2, m^2) \right] = 2 \left[\frac{g^2}{m^4} \times 0.5 \frac{m^4}{g^2} \right] \\ &= 1 < 2 \end{aligned}$$

s bestätigt sich also wiederum Shtokhamers Aussage, daß bei Berücksichtigung höherer Vektormesonen das Magnetmoment des leichteren Mesons kleiner als 2 wird!

ie Stromalgebra-Formulierung als auch die effektive Lagrange-Formulierung sind beides "äquivalente" Theorien in dem Sinne, daß in beiden Theorien das Magnetmoment des ρ -Mesons nicht genau bestimmt werden kann. Erst die spezielle Darstellung nach Nutbrown gestattet die weitergehende Aussage $\mu_g < 2$.

Literaturverzeichnis

- [1] N.M. Kroll, T.D. Lee, B. Zumino, Phys. Rev. 157, 1376 (1967)
- [2] T.D. Lee, B. Zumino, Phys. Rev. 163, 1667 (1967)
- [3] J.J. Sakurai, Currents and Mesons
(The University of Chicago Press, Chicago 1969), p. 53
- [4] M. Glück, Phys. Rev. D10, 1315 (1974)
- [5] J.A. Young, S.A. Bludman, Phys. Rev. 131, 2326 (1963)
- [6] R. Shtokhamer, P. Singer, Phys. Rev. D7, 790 (1973)
- [7] M. Glück, Phys. Rev. D15, 1580 (1975)
- [8] D.A. Nutbrown, Phys. Rev. D1, 2328 (1970)
- [9] H.J. Schnitzer, S. Weinberg, Phys. Rev. 164, 1828 (1967),
H.J. Schnitzer, M.L. Wise, Ann. of Physics 59, 129-164 (1970)
- [10] V. Glaser, B. Jakšić, Nuovo Cimento 5, 1197 (1957)
- [11] J. Schwinger, Particles, Sources and Fields I
(Addison-Wesley, Reading, Mass., 1970), p. 264
- [12] G. Barbarino et al., Nuovo Cimento Lett. 3, 689 (1972)
C. Bacci et al., Phys. Lett., 38B, 551 (1972)
- [13] M. Glück, Phys. Rev. D12, 2482 (1975)
- [14] R. Shtokhamer, persönliche Mitteilung
- [15] D.A. Nutbrown, persönliche Mitteilung

ANHANG

Zusammenhang des $gg\gamma$ -Vertex mit der 3-Punkt Funktion der Stromalgebra

Im L.S.Z. Reduktionsformalismus⁽⁺⁾ ist das Strommatrixelement gegeben durch

$$\langle -p_2, \lambda_2, \alpha | J_\mu^{(\lambda)} | p_1, \lambda_1, \beta \rangle = (i)^2 \int d^4x d^4y \int_{p_2, \lambda_2}^{*\mu} f(x) \int_{p_1, \lambda_1}^{\nu} f(y) K_x K_y \\ \times \langle 0 | T (g_\alpha^{+\mu}(x) g_\beta^\nu(y) J_\mu^{(\lambda)}(0)) | 0 \rangle,$$

dabei sind $K = \square + m^2$ der Klein-Gordon Operator
 λ_i die Helizitäten
 α, β, γ Isospinindizes

Seien die ψ_i hermitesche Felder: $\psi^\dagger = \psi$ und die Wellenpakete f durch ebene Wellen ersetzt:

$$\psi_{p, \lambda}^\mu(y) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2} \sqrt{2p_0}} \epsilon^\mu(p, \lambda) e^{-ip \cdot y}$$

$\epsilon^\mu(p, \lambda)$ ist der Polarisationsvektor des Vektormesons mit Impuls p und Helizität λ .

Ferner gelte die kovariante Normierung, $\langle p | p' \rangle = 2p_0 \delta_{\vec{p}, \vec{p}'}$ und die Strom-Feld Identität

$$J_\mu^{(\lambda)}(x) = g_\gamma g_\alpha^\mu(x)$$

Dann ergibt sich für den Zusammenhang des $gg\gamma$ -Vertex mit der 3-Punkt Funktion

$$\langle -p_1, \lambda_1 | J_\mu^{(\lambda)} | p_2, \lambda_2 \rangle = \lim_{\substack{p_1^2 \rightarrow m_\pi^2 \\ p_2^2 \rightarrow m_\pi^2}} \left\{ -\frac{1}{(2\pi)^3} g_s^{-2} \epsilon_\mu(p_1, \lambda_1) \right. \\ \left. \times \epsilon_\nu(p_2, \lambda_2) (p_1^2 - m_\pi^2) (p_2^2 - m_\pi^2) A_{\mu\nu\lambda}^{(p_1, p_2)} \right\}$$

wobei $A_{\mu\nu\lambda}$ die in der Stromalgebra (siehe S. 98) definierte 3-Punkt Funktion ist.

(+) siehe z.B. P. Roman, Introduction to Quantum Field Theory (Wiley(1969))

Danksagung

Die Initiative zur vorliegenden Arbeit gab Herr M.Glück.Überdies konnte ich von ihm während der beiden Jahre 1973/74 sehr viel über Physik erlernen.

Herr R.Gerlich stellte mir für die umfangreichen Rechnungen sein Computer-Programm über 'Elektroproduktion von Pionen' zur Verfügung.

Ihnen beiden möchte ich an dieser Stelle herzlich dafür danken!

Lebenslauf

- 1943: geboren am 22.6.in Graslitz
- 1945-1954: aufgewachsen in Grebenstein
- 1954-1963: Besuch des Gymnasiums zu Hofgeismar
- 1963-1964: Wehrdienst
- 1965-1971: Studium in Marburg und Diplomarbeit in experimenteller Kernphysik
- 1973-1975: vorliegende Arbeit in theoretischer Elementarteilchenphysik



